

# Tema 5. Análisis Transitorio de Circuitos de Primer y Segundo Orden

## 5.1 Introducción

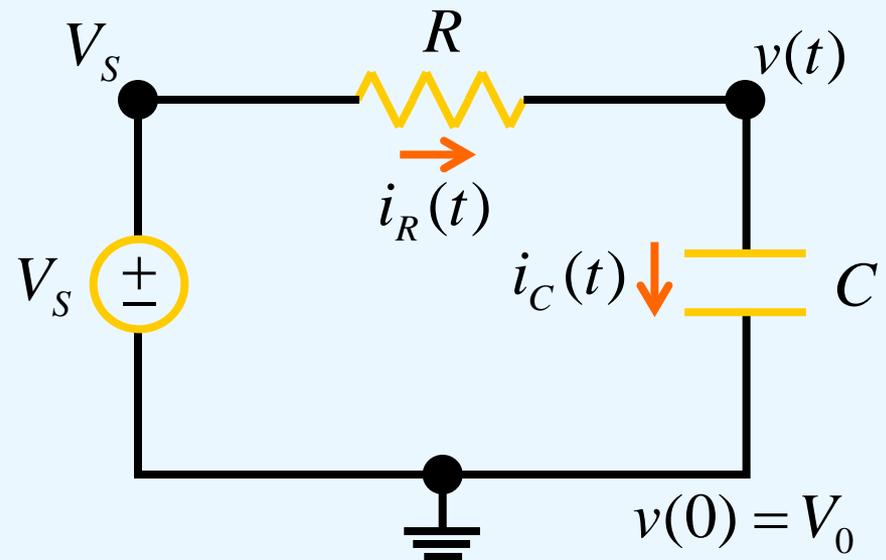
## 5.2 Circuitos RC sin fuentes

## 5.3 Circuitos RC con fuentes

## 5.4 Circuitos RL

## 5.5 Circuitos RLC sin fuentes

## 5.6 Circuitos RLC con fuentes



## Bibliografía Básica para este Tema:

- [1] C. K. Alexander, M. N. O. Sadiku, "Fundamentos de circuitos eléctricos", 3ª ed., McGraw-Hill, 2006.
- [2] R. C. Dorf, J. A. Svoboda, "Introduction to electric circuits", 7th ed., John Wiley & Sons, 2006.

Sadiku → Temas 7 y 8

Dorf → Tema 8 y 9

- Esta presentación se encuentra, temporalmente, en:

<http://personales.unican.es/peredaj/AC.htm>

## 5.1 Introducción

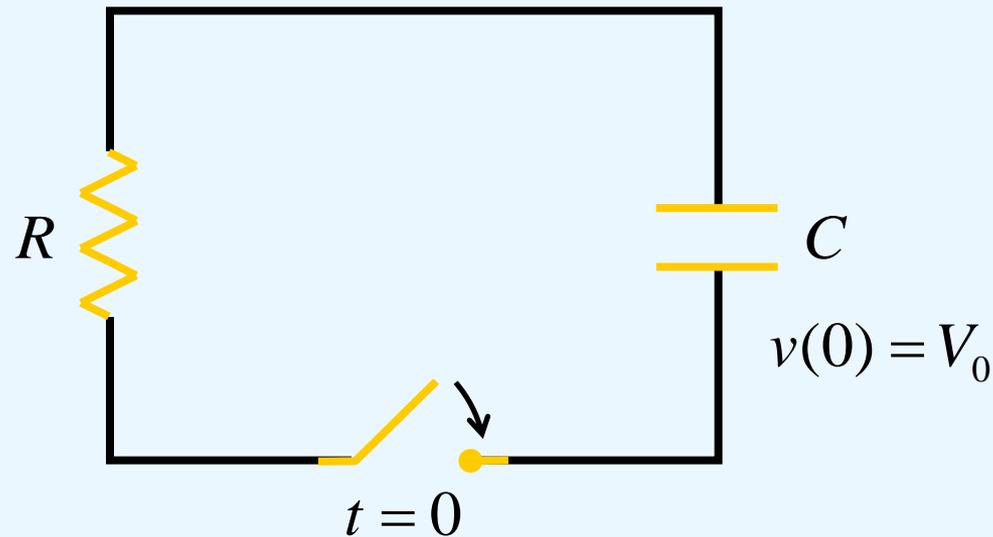
- En este tema se consideran circuitos que contienen diversas combinaciones de dos o tres elementos pasivos (R, L, C)
- En la primera parte del tema se examinan dos tipos de circuitos simples:
  - 1) el circuito con una resistencia y un condensador (circuito RC)
  - 2) el circuito con una resistencia y una bobina (circuito RL)
- Los circuitos RC y RL se analizarán aplicando las leyes de Kirchhoff.
- El análisis de circuitos resistivos da como resultado ecs. algebraicas. Sin embargo, los circuitos RC y RL producen ecs. diferenciales.
- Las ecs. diferenciales resultantes del análisis de circuitos RC y RL son de primer orden. Por ello, se les denomina Circuitos de Primer Orden
- Estudiaremos tanto circuitos con fuentes independientes como circuitos sin fuentes independientes.
- Cuando no hay fuentes independientes, las tensiones y corrientes en el circuito se deben a las condiciones iniciales en el condensador o en la bobina (a la energía inicialmente almacenada en ellos).

## 5.1 Introducción

- En la segunda parte del tema se estudiarán circuitos que tienen dos elementos de almacenamiento.
- A estos circuitos se les conoce como Circuitos de Segundo Orden porque se describen mediante ecs. diferenciales que contienen derivadas segundas
- En concreto, estudiaremos la respuesta de circuitos RLC, tanto con fuente independiente como sin ella.

## 5.2 Circuitos RC sin fuentes

- Descarga de un condensador a través de una resistencia:
- Consideramos un condensador  $C$  inicialmente cargado  $v(0) = V_0$
- Conectamos el condensador a una resistencia  $R$  a través de un interruptor como se muestra en la figura (circuito RC sin fuentes)



- En el instante inicial  $t = 0$  se cierra el interruptor y el condensador comienza a descargarse

## 5.2 Circuitos RC sin fuentes

- Para estudiar el proceso de descarga resolveremos la KCL en el nudo

$$i_R(t) + i_C(t) = 0$$

- Según la relación i-v de cada elemento:

$$i_R = \frac{v}{R} \quad i_C = C \frac{dv}{dt}$$

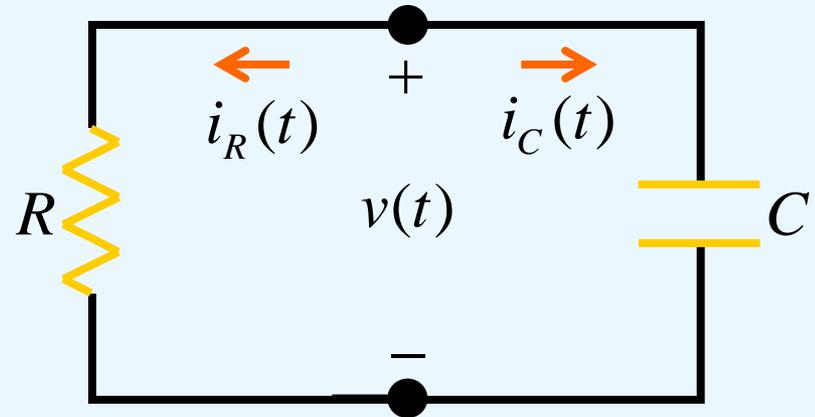
- Sustituyendo en la KCL:

$$\frac{v}{R} + C \frac{dv}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dv}{v} = -\frac{1}{RC} dt$$

- Integrando:

$$\int \frac{dv}{v} = -\frac{1}{RC} \int dt \quad \Rightarrow \quad \ln v = -\frac{1}{RC} t + \ln A \quad \Rightarrow \quad v = A \exp\left(-\frac{1}{RC} t\right)$$

siendo  $\ln A = \text{cte}$



$$v(0) = V_0$$

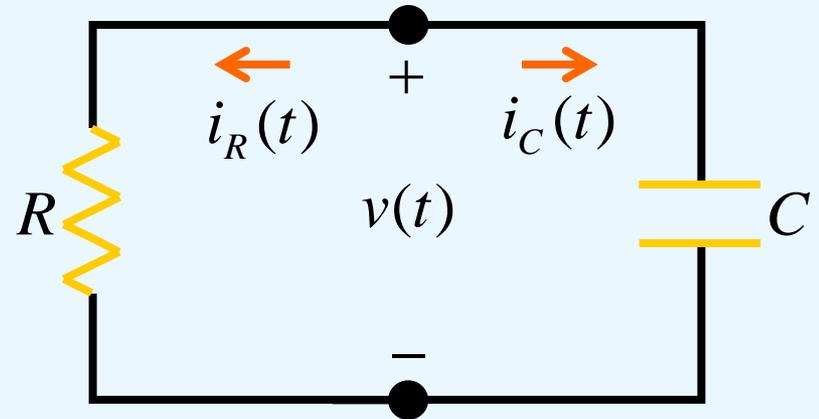
## 5.2 Circuitos RC sin fuentes

- Aplicando las condiciones iniciales

$$v(0) = V_0$$

resulta

$$V_0 = A \exp\left(-\frac{1}{RC} 0\right) = A$$



$$v(0) = V_0$$

- Luego, la solución buscada es:

$$v(t) = V_0 \exp\left(-\frac{1}{RC} t\right)$$

- Esta solución indica que la tensión del circuito RC cae exponencialmente desde el valor inicial hasta cero

## 5.2 Circuitos RC sin fuentes

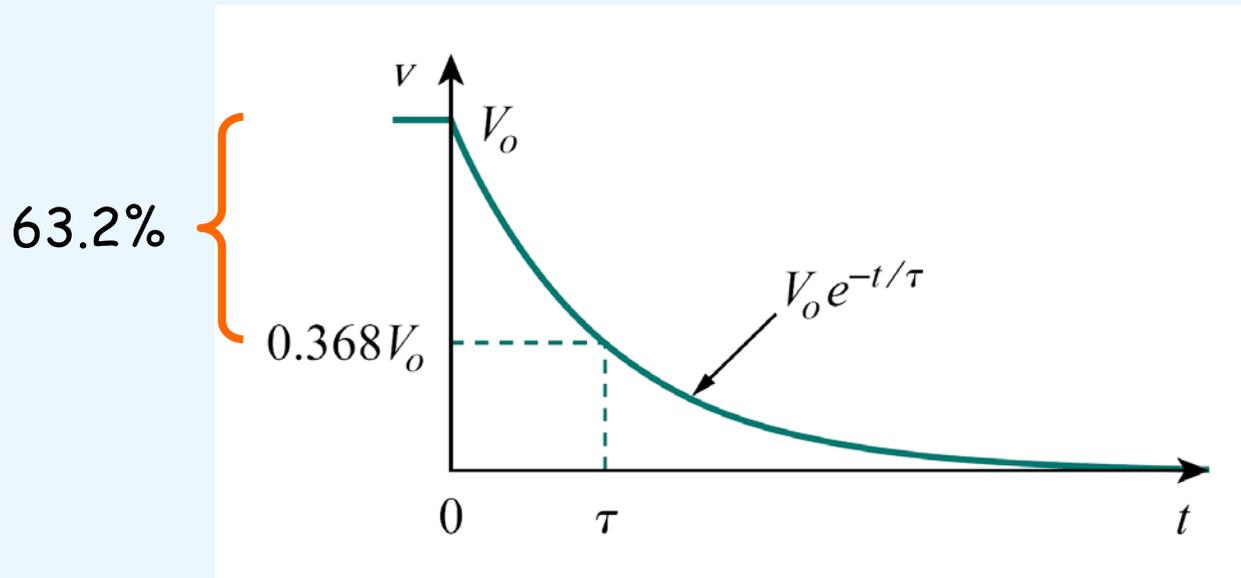
- La solución anterior suele escribirse como

$$v(t) = V_0 e^{-t/\tau} \quad \text{con } \tau = RC$$

siendo  $\tau$  una constante con unidades de tiempo denominada tiempo de relajación o constante de tiempo del circuito

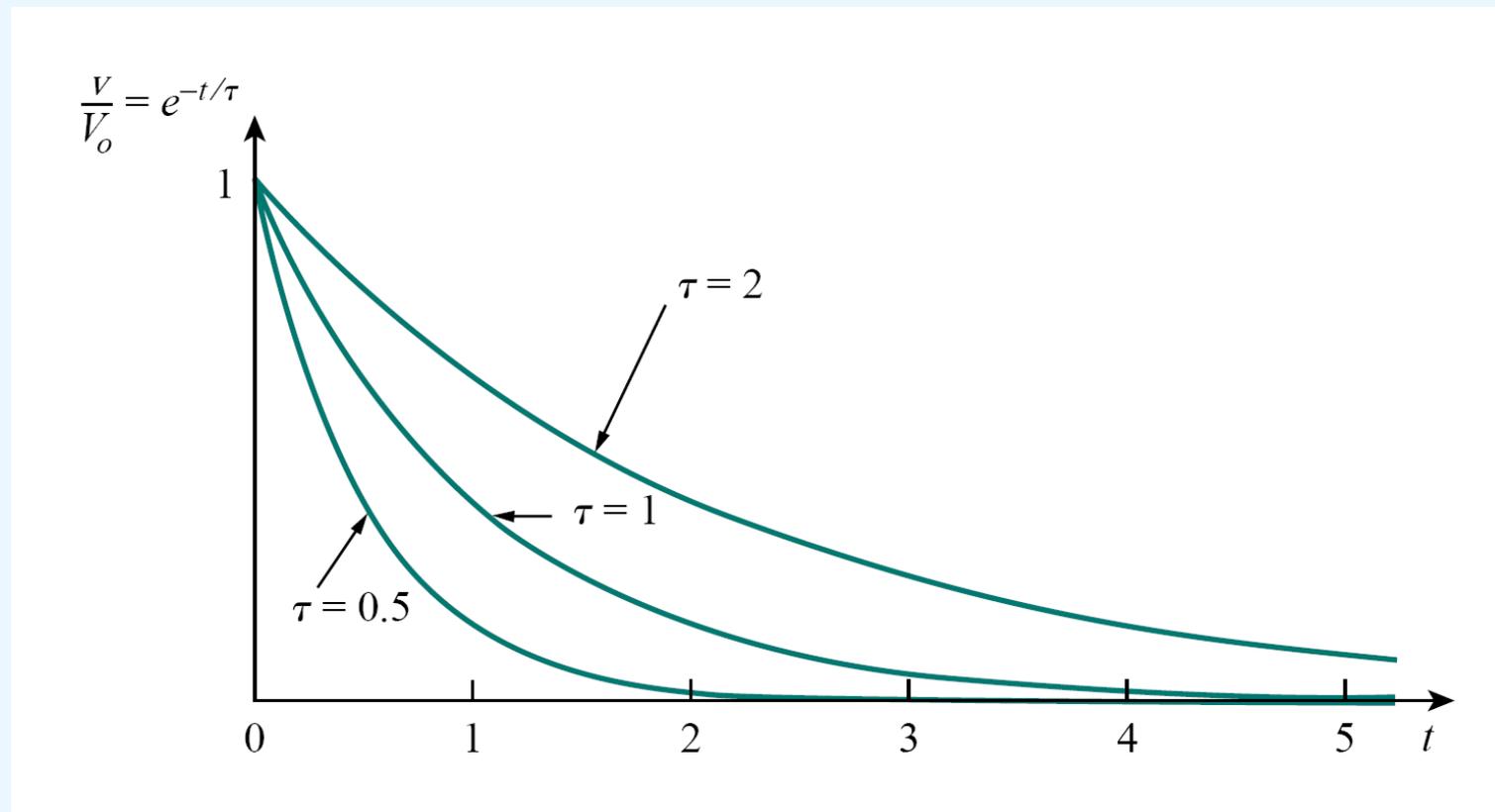
“ La constante de tiempo de un circuito RC es el tiempo necesario para que la tensión disminuya en un factor  $1/e$  (un 63.21% de su valor inicial) ”

$$t = \tau \Rightarrow v(\tau) = V_0/e \approx 0.3679V_0$$



## 5.2 Circuitos RC sin fuentes

- El tiempo  $\tau$  da una idea de la rapidez de descarga del circuito.



- Cuanto más pequeño es  $\tau$  más rápida es la descarga
- Después de un tiempo  $t = 5\tau$  la tensión ha llegado al 99% de su valor final  $\rightarrow$  el tiempo efectivo de un transitorio es  $5\tau$

## 5.2 Circuitos RC sin fuentes

- Cálculo de la corriente:

$$i_R(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_0}{R} e^{-t/\tau}$$

- Potencia disipada en R:

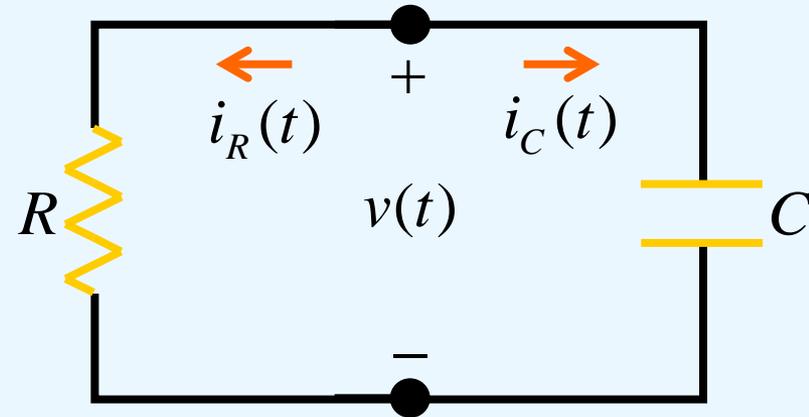
$$p(t) = vi_R = \left(V_0 e^{-t/\tau}\right) \left(\frac{V_0}{R} e^{-t/\tau}\right) = \frac{V_0^2}{R} e^{-2t/\tau}$$

- Energía disipada hasta un instante  $t$ :

$$w_R(t) = \int_0^t p(t) dt = \int_0^t \frac{V_0^2}{R} e^{-2t/\tau} dt = -\frac{\tau}{2} \frac{V_0^2}{R} e^{-2t/\tau} \Big|_0^t = \frac{1}{2} CV_0^2 (1 - e^{-2t/\tau})$$

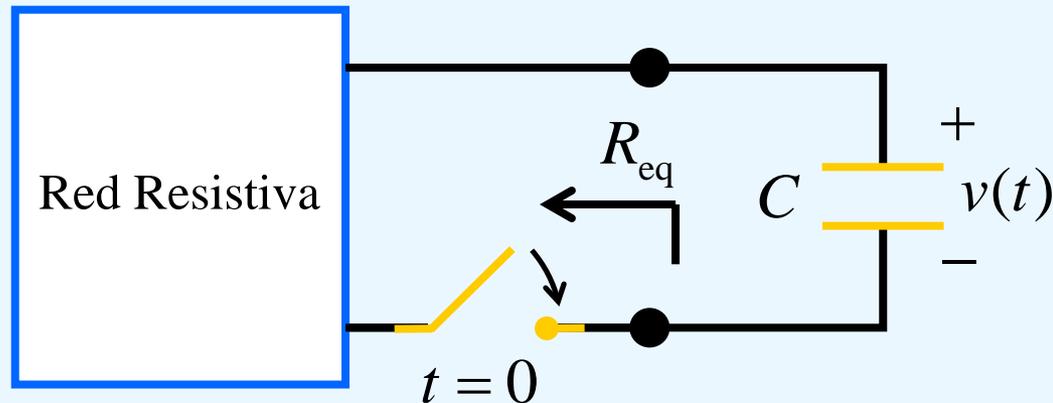
- Para  $t \rightarrow \text{inf}$ :  $w_R(\infty) = \frac{1}{2} CV_0^2$

- La energía total disipada en R es igual a la energía almacenada en el condensador en el instante inicial  $t = 0$ .



## 5.2 Circuitos RC sin fuentes

- Descarga de un condensador a través de una red resistiva:
- Consideramos un condensador  $C$  inicialmente cargado  $v(0) = V_0$
- Conectamos el condensador a una red resistiva a través de un interruptor como se muestra en la figura



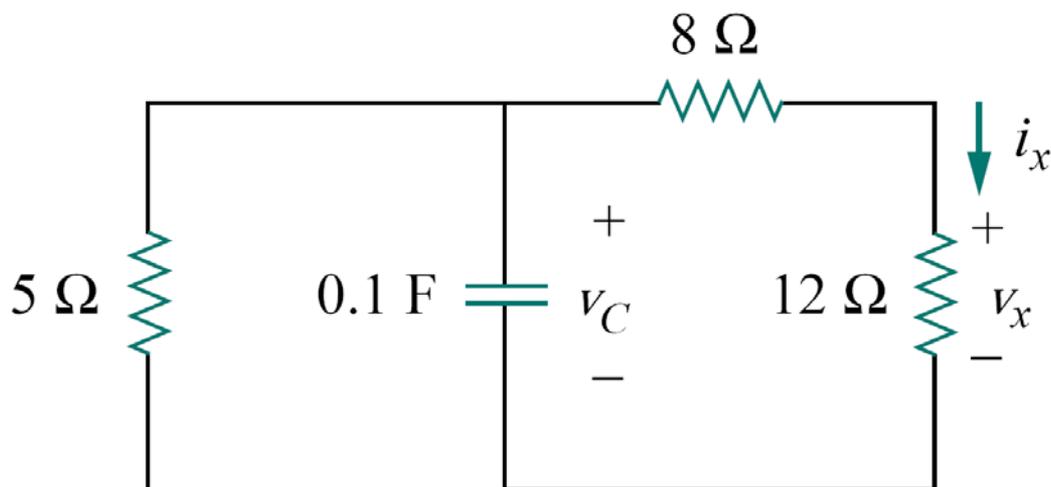
- Para obtener  $v(t)$  ( $t > 0$ ) basta calcular  $R_{eq}$  vista desde los terminales del condensador y aplicar la solución conocida para el circuito RC:

$$v(t) = V_0 e^{-t/\tau} \quad \text{con } \tau = R_{eq} C$$

- Nota: si el interruptor cambia en  $t = t_0 \rightarrow v(t) = V_0 e^{-(t-t_0)/\tau}$

-Ejemplo 1: Sabiendo que  $v_C(0) = 15 \text{ V}$ , calcular  $v_C$ ,  $v_x$  e  $i_x$  en el circuito de la figura.

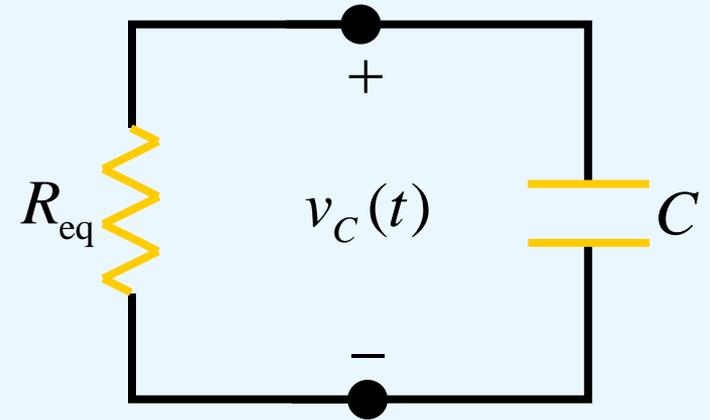
A&S-3º Ej 7.1



## Solución:

- La forma más directa de encontrar la solución es reducir el circuito problema a un circuito RC simple como el de la figura, ya que la solución de este circuito es conocida:

$$v_C(t) = V_0 e^{-t/\tau} \quad \text{con } \tau = R_{\text{eq}} C$$



- Entonces, el problema se reduce a calcular  $R_{\text{eq}}$ , que es la resistencia equivalente vista desde los terminales del condensador, esto es

$$R_{\text{eq}} = (12 + 8) \parallel 5 = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4 \Omega$$

- Por tanto,  $\tau = R_{\text{eq}} C = 4 \times 0.1 = 0.4 \text{ s}$      $\gamma$

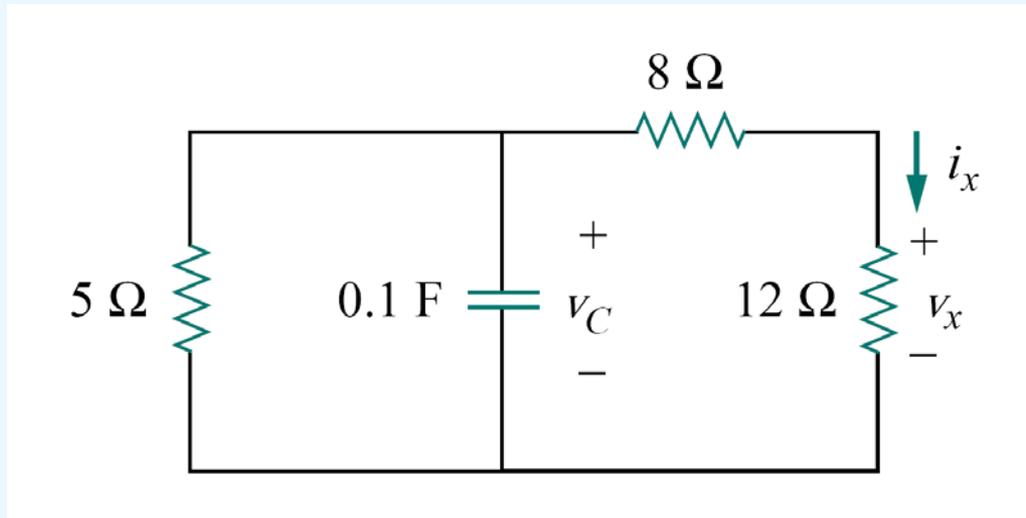
$$v_C(t) = 15 e^{-2.5t} \text{ V}$$

- Una vez obtenido  $v_C$ , la tensión  $v_x$  se calcula mediante un divisor de tensión:

$$v_x = \frac{12}{12+8} v_C = \frac{3}{5} (15e^{-2.5t}) = 9e^{-2.5t} \text{ V}$$

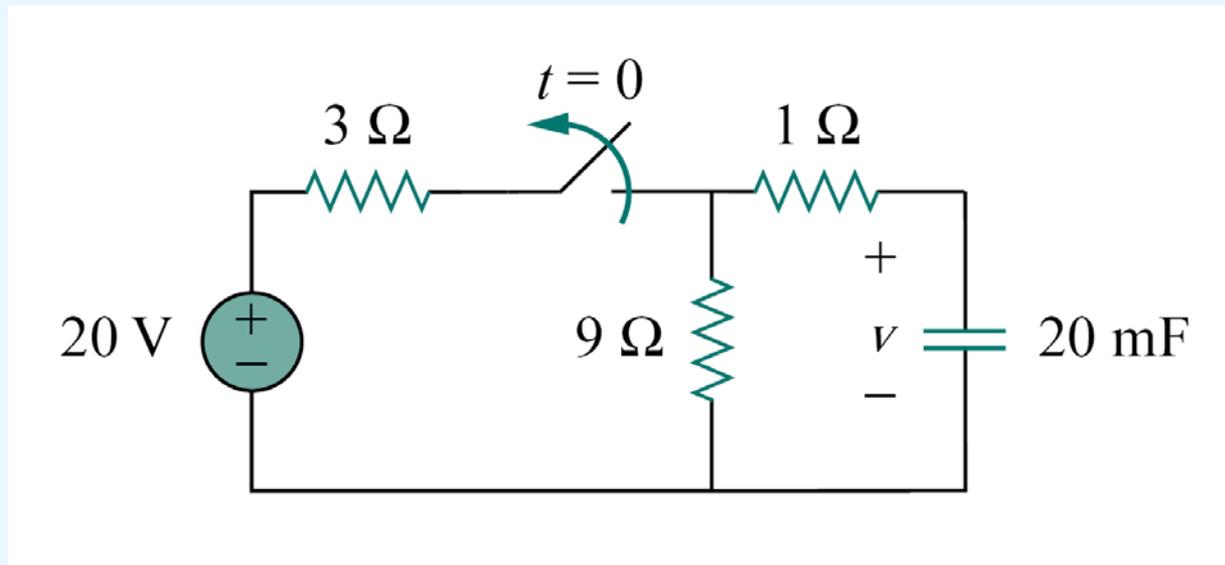
- y la corriente  $i_x$  mediante la ley de Ohm:

$$i_x = \frac{v_x}{12} = 0.75e^{-2.5t} \text{ A}$$



-Ejemplo 2: El interruptor del circuito de la figura ha estado cerrado mucho tiempo y se abre en  $t = 0$ . Calcular  $v(t)$  para  $t \geq 0$ .

A&S-3° Ej 7.2



## Solución:

- Mientras el interruptor está cerrado el condensador está en proceso de carga.

- Al abrir el interruptor, el condensador se descargará a través de las resistencias de 1 y 9 Ohms.

- La solución buscada ( $t \geq 0$ ) es de la forma:

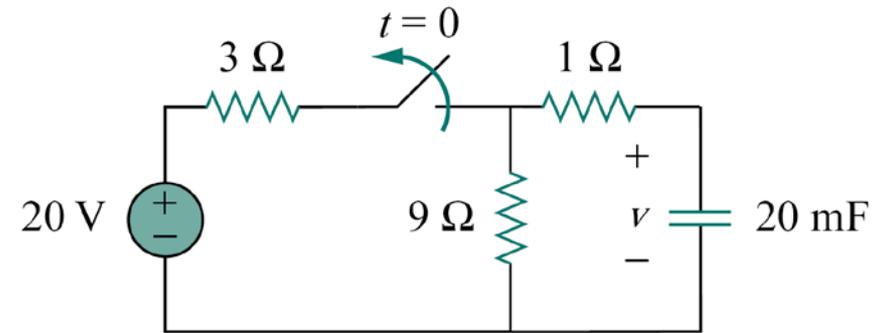
$$v(t) = V_0 e^{-t/\tau} \quad \text{con } \tau = R_{\text{eq}} C$$

- El problema se reduce a calcular  $V_0 = v(0)$  y  $R_{\text{eq}}$

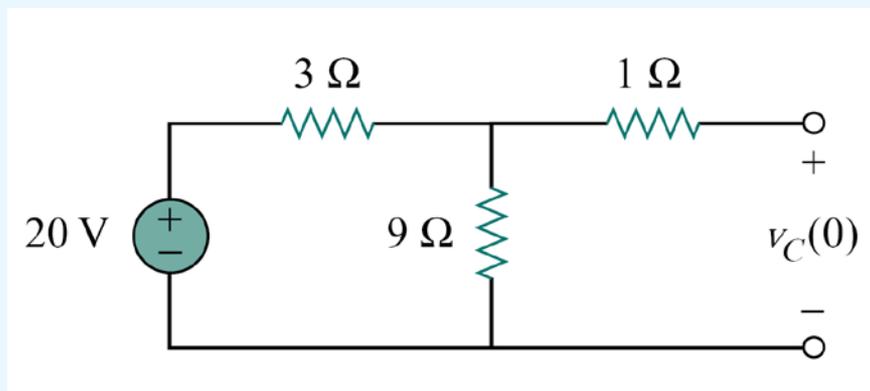
- Cálculo de  $V_0$ :

- La tensión en el condensador es continua  $\rightarrow V_0 = v(0^-) = v(0^+)$

- El interruptor ha estado mucho tiempo cerrado, por tanto en  $t = 0^-$  estamos en régimen de corriente continua



- El circuito equivalente de un condensador en cc es un circuito abierto. Por tanto, para  $t = 0^-$  el circuito equivalente es:



- Aplicando la fórmula del divisor de tensión:

$$v_C(0^-) = \frac{9}{9+3} \times 20 = 15 \text{ V}$$

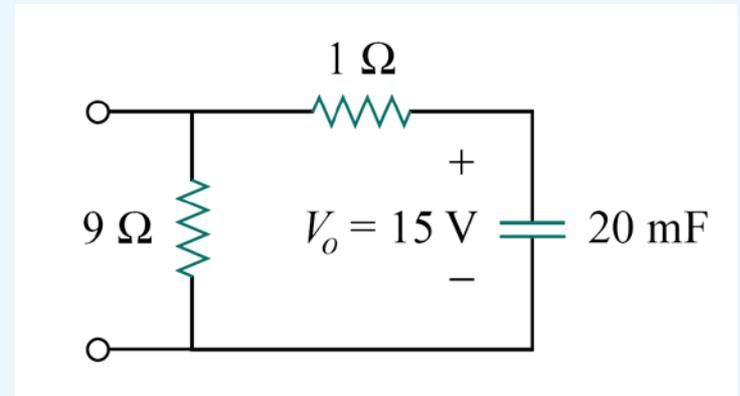
- La condición inicial buscada es:

$$V_0 = v_C(0^-) = 15 \text{ V}$$

- Cálculo de  $R_{eq}$ :

- La resistencia equivalente vista desde los terminales del condensador para  $t \geq 0$  es:

$$R_{eq} = 1 + 9 = 10 \Omega$$



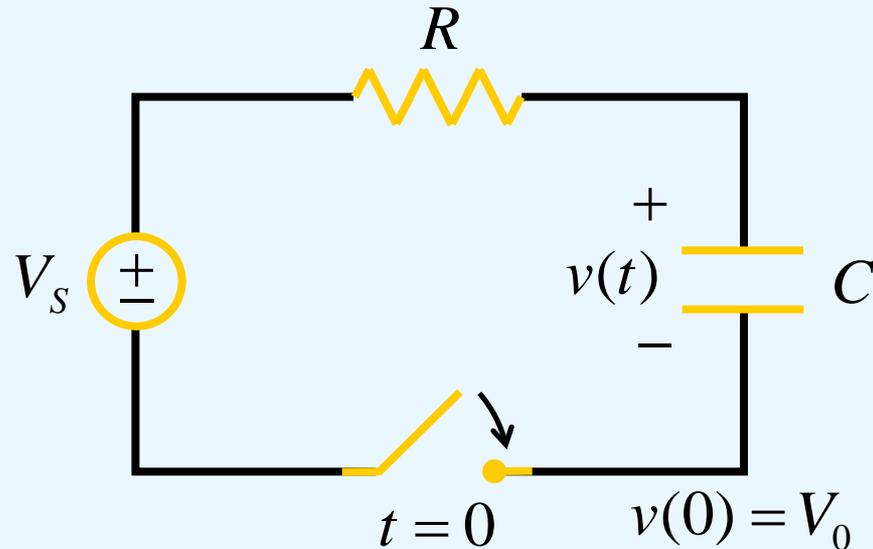
- Por tanto,  $\tau = R_{eq} C = 10 \times 20 \times 10^{-3} = 0.2 \text{ s}$

- La solución buscada es:

$$v(t) = V_0 e^{-t/\tau} = 15 e^{-5t} \text{ V}$$

### 5.3 Circuitos RC con fuentes

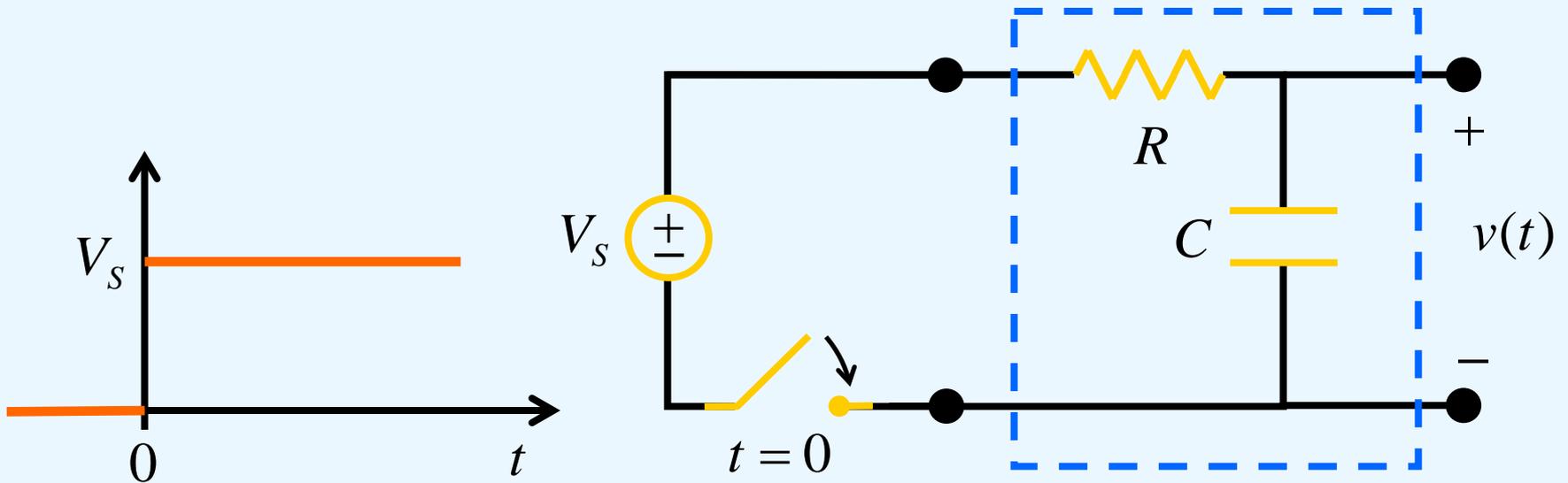
- Consideramos un condensador  $C$  inicialmente cargado  $v(0) = V_0$
- Conectamos el condensador a una fuente de continua  $V_S$ . También se incluye una resistencia  $R$  y un interruptor.



- En el instante inicial,  $t = 0$ , se cierra el interruptor y el condensador comienza a cargarse

## 5.3 Circuitos RC con fuentes

- Podemos redibujar el circuito de la siguiente forma:

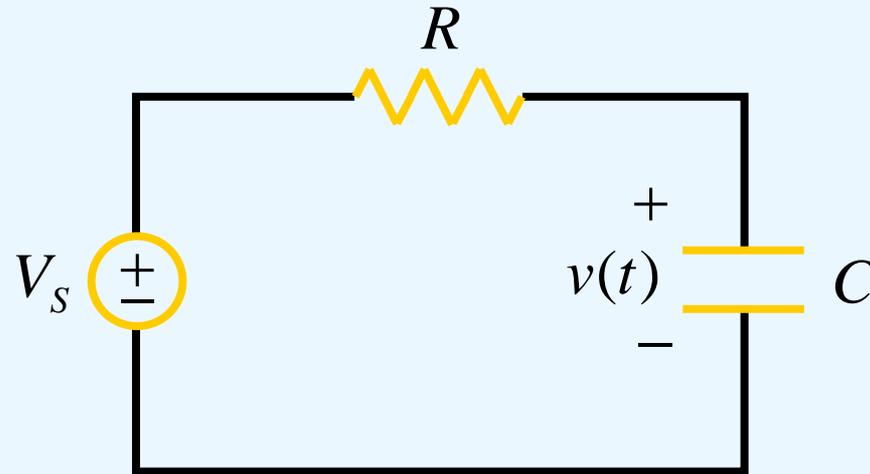


- La fuente  $V_S$  representa la excitación o entrada al circuito RC
- La tensión en el condensador  $v(t)$  puede interpretarse como la respuesta o salida
- Cuando  $V_S$  es cte, al tipo de entrada del dibujo se le llama ESCALÓN, ya que cambia bruscamente de 0 a  $V_S$

## 5.3 Circuitos RC con fuentes

### - Resolución del circuito:

- En  $t = 0$  se cierra el interruptor, luego para  $t \geq 0$  el circuito resultante es:



- La tensión en el condensador es continua, luego

$$v(0^-) = v(0^+) = V_0$$

- Para resolver el circuito emplearemos análisis de nudos

### 5.3 Circuitos RC con fuentes

- Tenemos 2 nudos más el de referencia
- Aplicamos la KCL al nudo  $v(t)$ :

$$i_R(t) = i_C(t)$$

- Según las relaciones i-v:

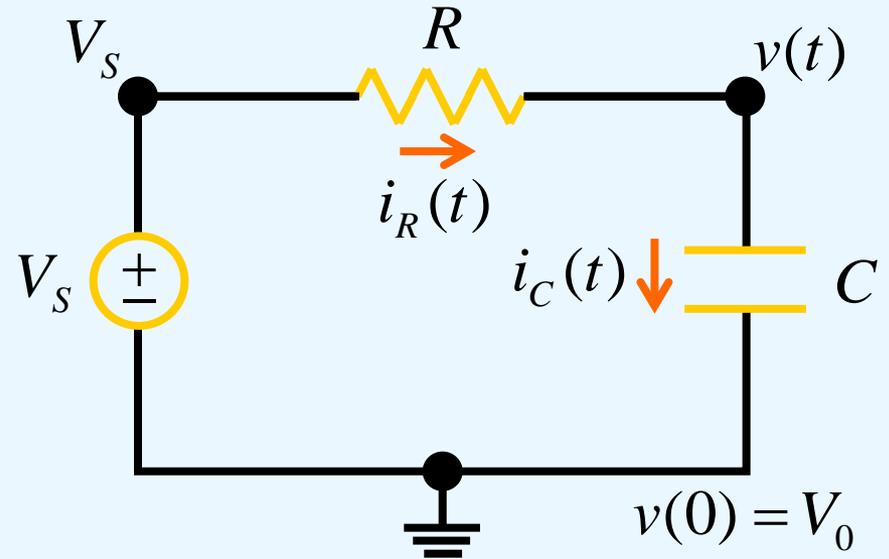
$$i_R = \frac{V_S - v}{R} \quad i_C = C \frac{dv}{dt}$$

- Sustituyendo en la KCL:

$$\frac{V_S - v}{R} = C \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{v - V_S} = -\frac{1}{RC} dt$$

- Integrando:

$$\int_{V_0}^{v(t)} \frac{dv}{v - V_S} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \Rightarrow \ln(v - V_S) \Big|_{V_0}^{v(t)} = -\frac{t}{RC} \Big|_0^t$$



## 5.3 Circuitos RC con fuentes

- Sustituyendo en los límites

$$\ln\left(\frac{v(t) - V_S}{V_0 - V_S}\right) = -\frac{t}{RC}$$

de donde

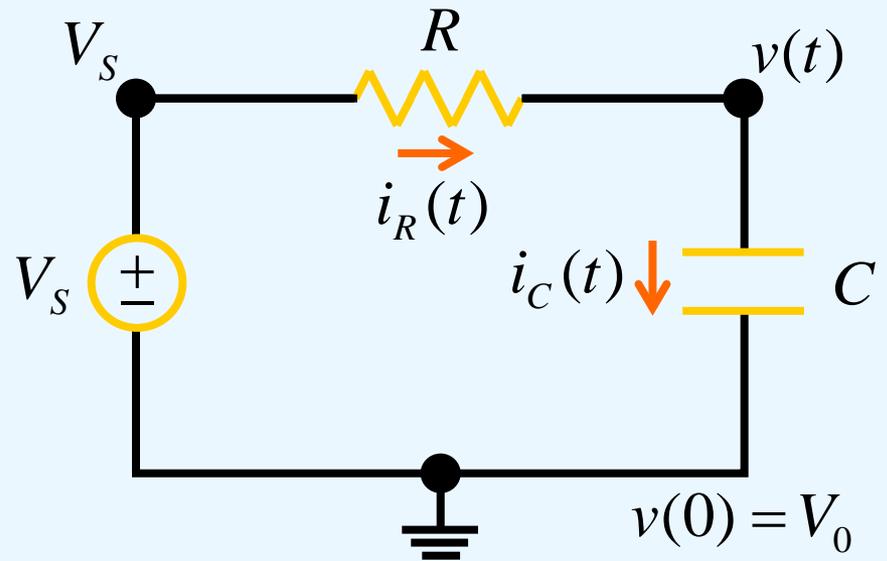
$$v(t) = V_S + (V_0 - V_S)e^{-t/\tau}$$

con  $\tau = RC$

- La solución final del problema es:

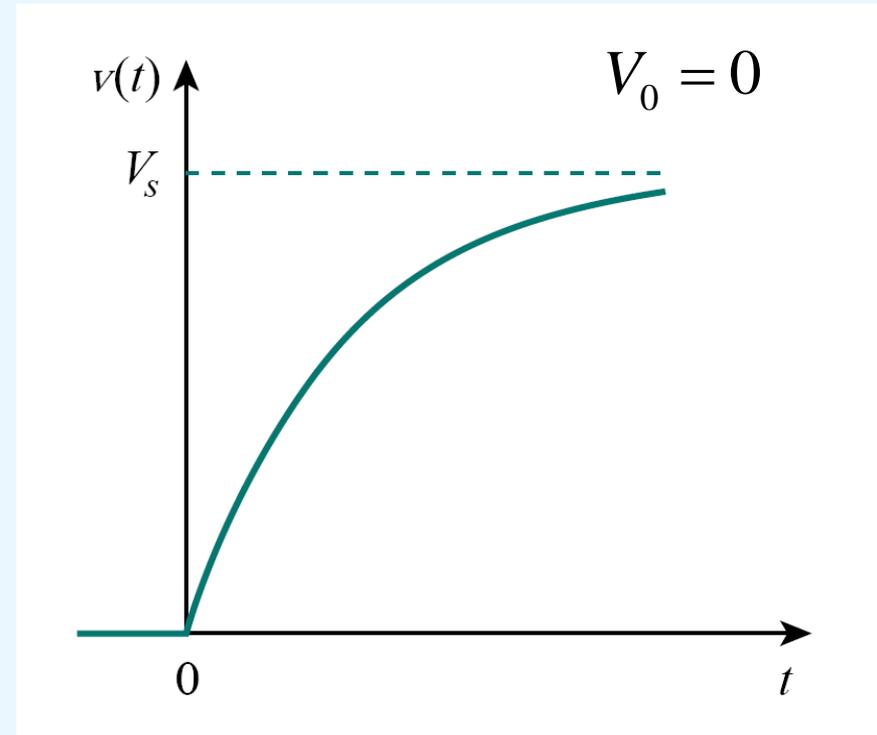
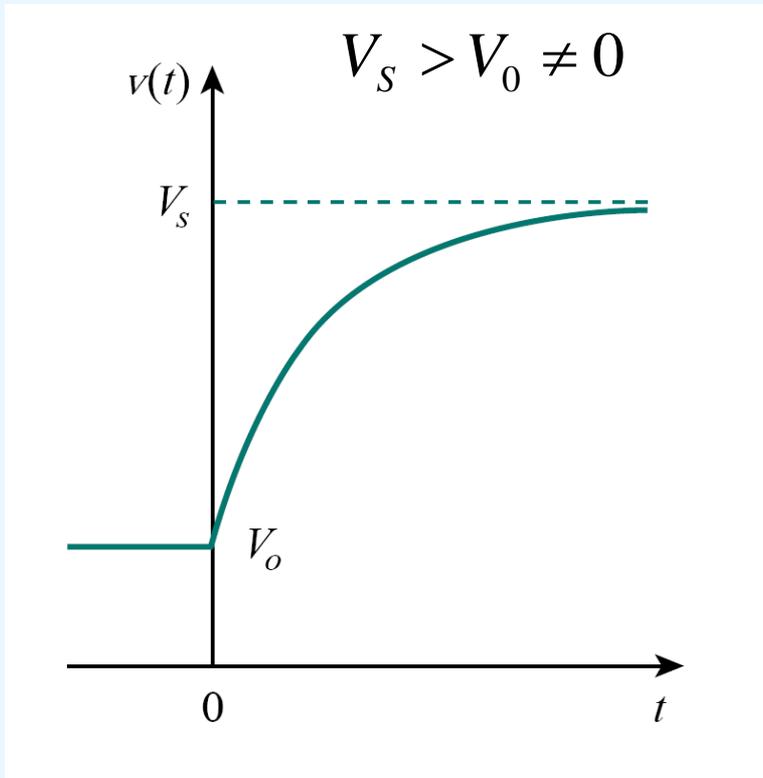
$$v(t) = \begin{cases} V_0, & \text{para } t < 0 \\ V_S + (V_0 - V_S)e^{-t/\tau}, & \text{para } t \geq 0 \end{cases}$$

$$\tau = RC$$



## 5.3 Circuitos RC con fuentes

### - Representación gráfica de la solución



$$v(t) = V_S + (V_0 - V_S)e^{-t/\tau}$$

- La tensión en el condensador tiende al valor de la tensión de la fuente (la salida sigue a la entrada)

## 5.3 Circuitos RC con fuentes

### - Respuesta transitoria y respuesta en estado estable

- La respuesta completa de un circuito,  $v$ , puede dividirse en dos contribuciones:

- 1) la respuesta transitoria,  $v_t$
- 2) la respuesta en estado estable,  $v_{ss}$

- Matemáticamente:

$$v = v_t + v_{ss}$$

- Para el circuito RC:

$$v(t) = V_s + (V_0 - V_s)e^{-t/\tau} \quad (\text{respuesta completa})$$

### 5.3 Circuitos RC con fuentes

$$v(t) = V_s + (V_0 - V_s)e^{-t/\tau} \quad (\text{respuesta completa})$$

“La **respuesta transitoria** de un circuito es la parte de la **respuesta completa** que se anula con el tiempo (se hace cero cuanto  $t \rightarrow \text{inf}$ )”

- Para el circuito RC:  $v_t = (V_0 - V_s)e^{-t/\tau}$  (respuesta transitoria)

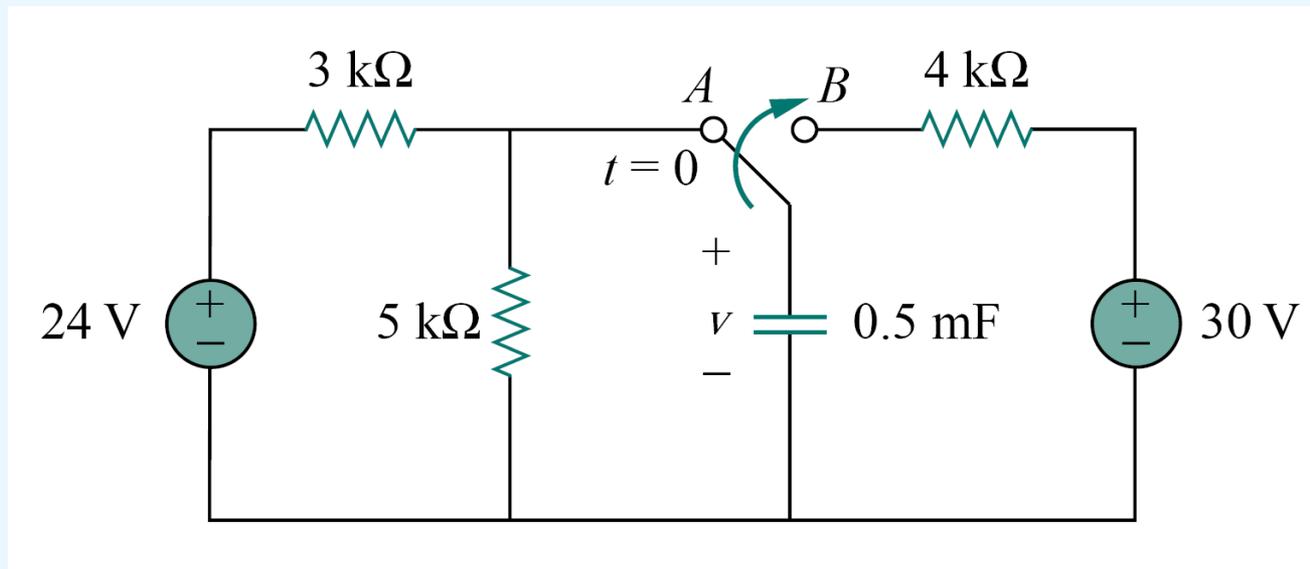
“La **respuesta en estado estable** de un circuito es la parte de la **respuesta completa** que permanece mucho tiempo después de aplicada la excitación (la parte que queda cuando  $t \rightarrow \text{inf}$ )”

- Para el circuito RC:  $v_{ss} = V_s$  (respuesta en estado estable)

- Nótese que, cuando la fuente tiene valor cte, la respuesta en estado estable es la misma que la repuesta de continua!!!

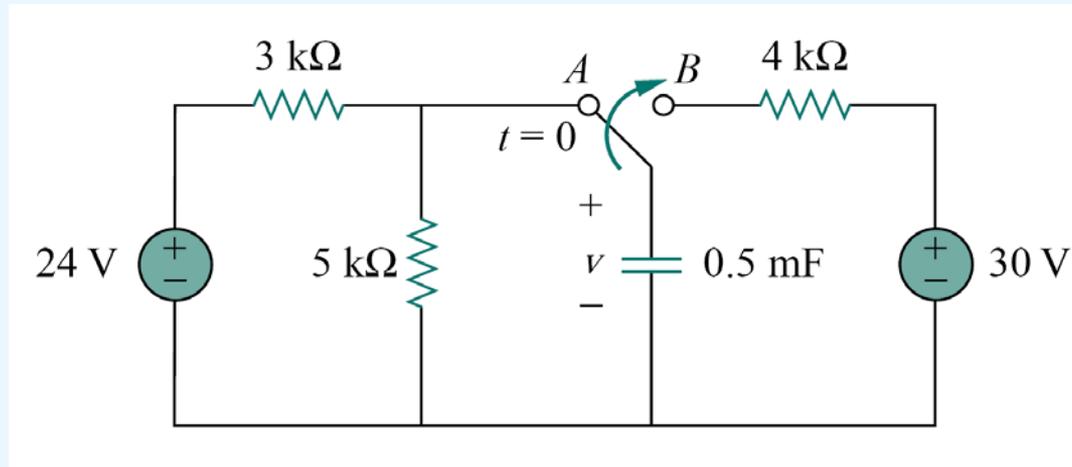
-Ejemplo 3: El interruptor de la figura ha estado mucho tiempo en la posición A. En  $t = 0$  se mueve a la posición B. Calcular  $v(t)$  para  $t \geq 0$  y su valor en  $t = 1$  s.

A&S-3ª Ej 7.10



## Solución:

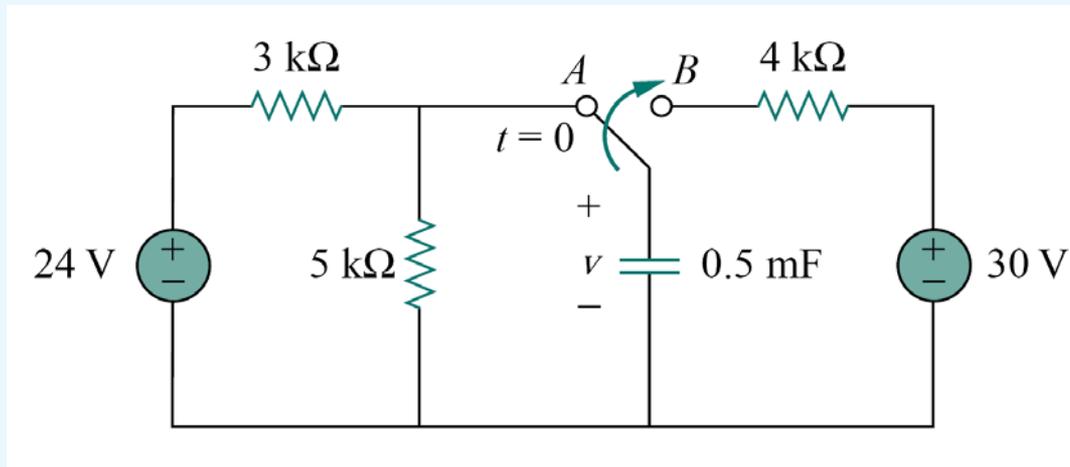
- Comenzamos resolviendo para  $t < 0$  (con el interruptor en A):



- El interruptor ha estado mucho tiempo en A  $\rightarrow$  estamos en cc
- Aplicamos la fórmula del divisor de tensión:

$$v(0^-) = \frac{5k}{5k + 3k} \times 24 = 15 \text{ V}$$

- Ahora resolvemos para  $t \geq 0$  (con el interruptor en B):



- La solución buscada es de la forma:  $v(t) = V_s + (V_0 - V_s)e^{-t/\tau}$

- Para esta problema:  $V_s = 30 \text{ V}$

$$V_0 = v(0^-) = v(0^+) = 15 \text{ V}$$

$$\tau = RC = 4 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-3} = 2 \text{ s}$$

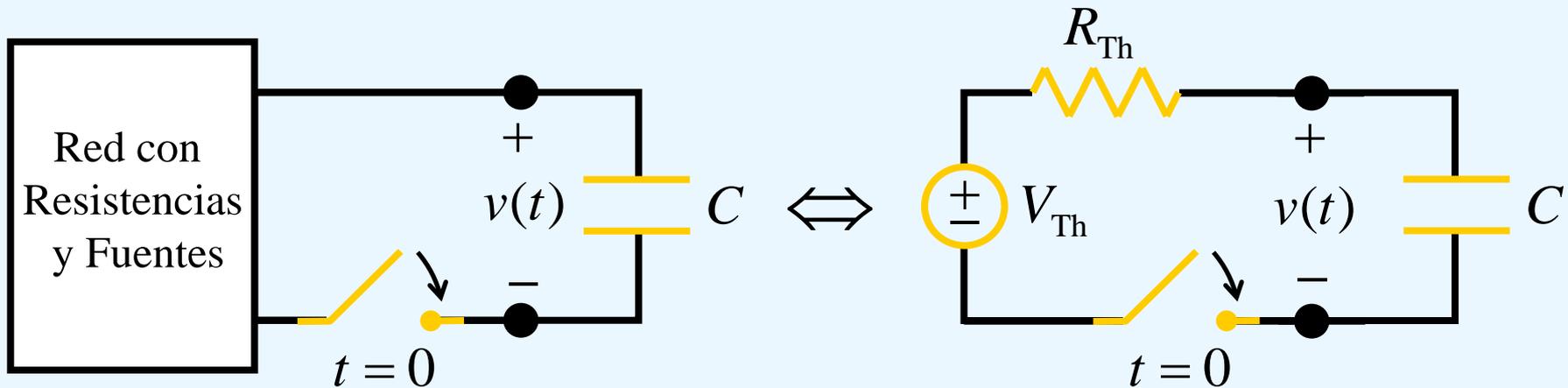
- Luego:

$$v(t) = 30 - 15e^{-0.5t} \text{ V}$$

- Para  $t = 1 \text{ s}$ :  $v(1) = 30 - 15e^{-0.5} = 20.9 \text{ V}$

## 5.3 Circuitos RC con fuentes

- Carga de un condensador a través de una red de resistencias y fuentes:
  - Consideramos un condensador  $C$  inicialmente cargado  $v(0) = V_0$
  - Conectamos el condensador a una red de resistencias y fuentes de valor cte a través de un interruptor, como se muestra en la figura

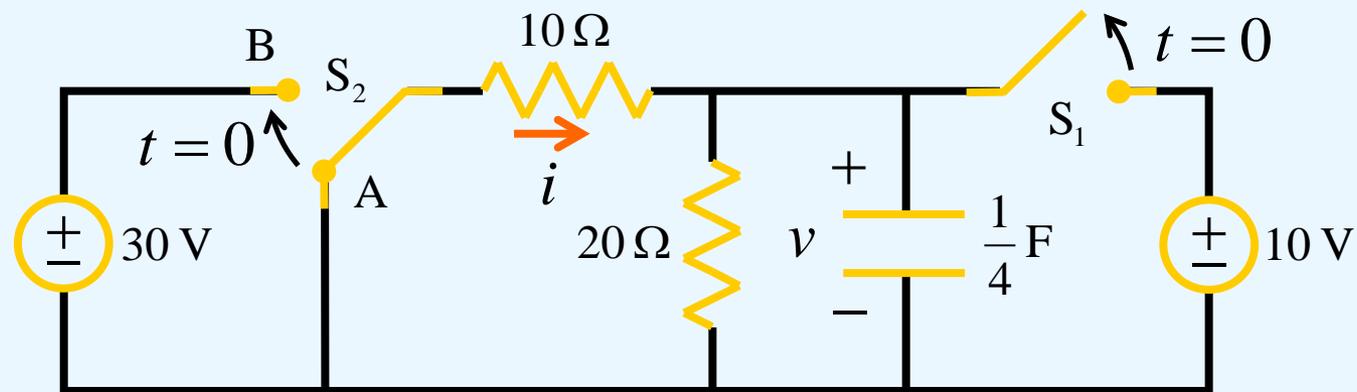


- Para obtener la tensión en el condensador  $v(t)$  (para  $t > 0$ ) basta calcular el equivalente Thevenin visto desde los terminales del condensador y aplicar la solución conocida para el circuito RC:

$$v(t) = V_{Th} + (V_0 - V_{Th})e^{-t/\tau} \quad \text{con } \tau = R_{Th}C \quad t \geq 0$$

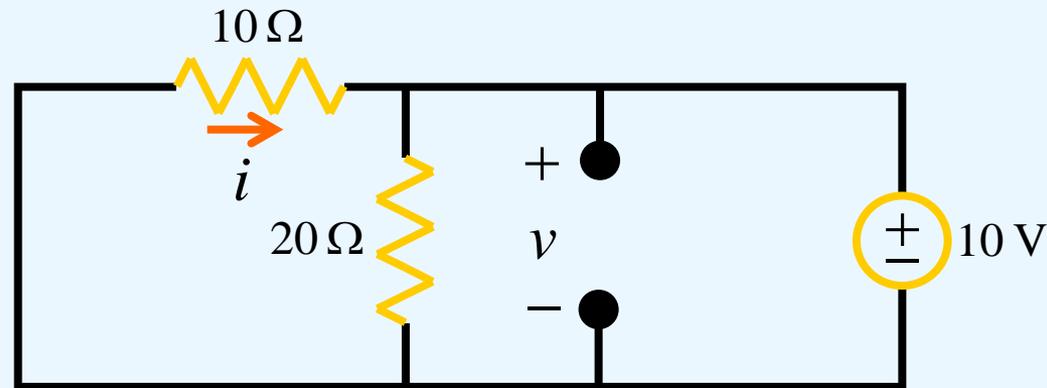
-Ejemplo 4: Después de pasar mucho tiempo, los dos interruptores del circuito de la figura cambian de estado en  $t = 0$ . El interruptor  $S_1$  se abre y el interruptor  $S_2$  pasa a la posición B. Calcular  $v$  e  $i$  para  $t \geq 0$ .

A&S-3ª Ej 7.11



## Solución:

- La corriente en el condensador puede ser discontinua en  $t = 0$ , mientras que la tensión no. Por tanto, es mejor calcular antes la tensión
- Comenzamos determinando las condiciones iniciales en  $t = 0^-$
- El circuito equivalente en  $t = 0^-$  es:



- Se observa que:  $v(0^-) = 10 \text{ V}$        $i(0^-) = -\frac{10}{10} = -1 \text{ A}$

- Entonces la condición inicial para  $v$  es:

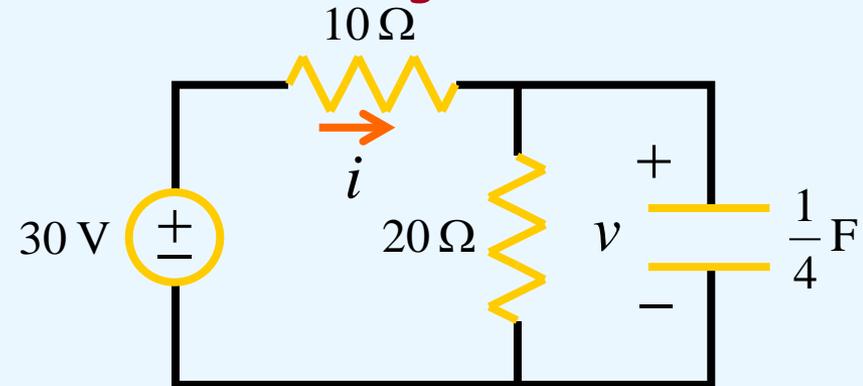
$$v(0^-) = v(0^+) = V_0 = 10 \text{ V}$$

- Para  $t \geq 0$  el circuito equivalente se muestra en la figura:

- La solución para  $v(t)$  es:

$$v(t) = V_{Th} + (V_0 - V_{Th})e^{-t/\tau}$$

con  $\tau = R_{Th} C$



- Para determinar  $V_{Th}$  y  $R_{Th}$  debemos calcular el equivalente Thevenin visto desde los terminales del condensador:

$$V_{Th} = \frac{20}{20+10} \times 30 = 20 \text{ V}$$

$$R_{Th} = 10 \parallel 20 = \frac{10 \times 20}{10 + 20} = \frac{20}{3} \Omega$$

$$\tau = R_{Th} C = \frac{20}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{3} \text{ s}$$

- Luego:  $v(t) = 20 - 10e^{-0.6t} \text{ V}$

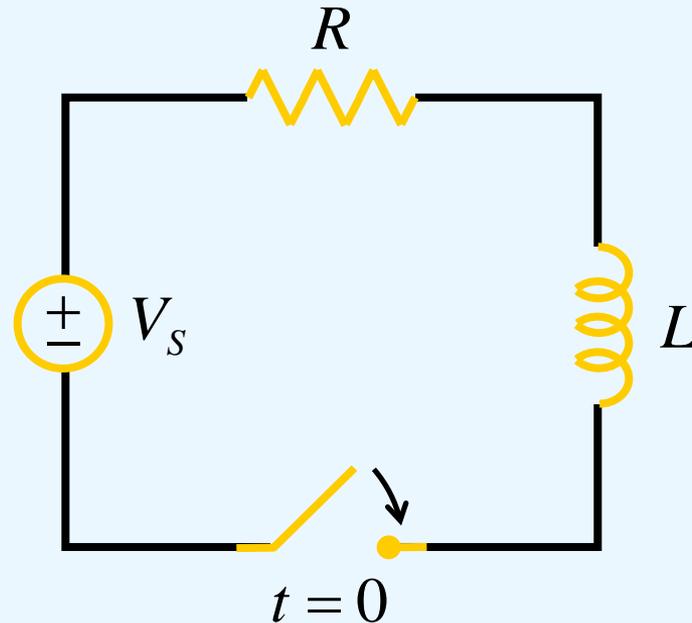
- La tensión en la resistencia de 10 Ohms es:  $30 - v(t)$

- Entonces:

$$i(t) = \frac{30 - v(t)}{10} = 1 + e^{-0.6t} \text{ A}$$

## 5.4 Circuitos RL

- Consideramos una bobina  $L$  con una corriente inicial  $i(0) = I_0$
- Conectamos la bobina a una fuente de valor cte  $V_s$ . También se incluye una resistencia  $R$  y un interruptor.



- En el instante inicial,  $t = 0$ , se cierra el interruptor y comienza a circular corriente

## 5.4 Circuitos RL

- Resolvemos para  $t \geq 0$

- Aplicamos análisis de mallas

$$-V_S + v_R + v_L = 0$$

- Según las relaciones v-i:

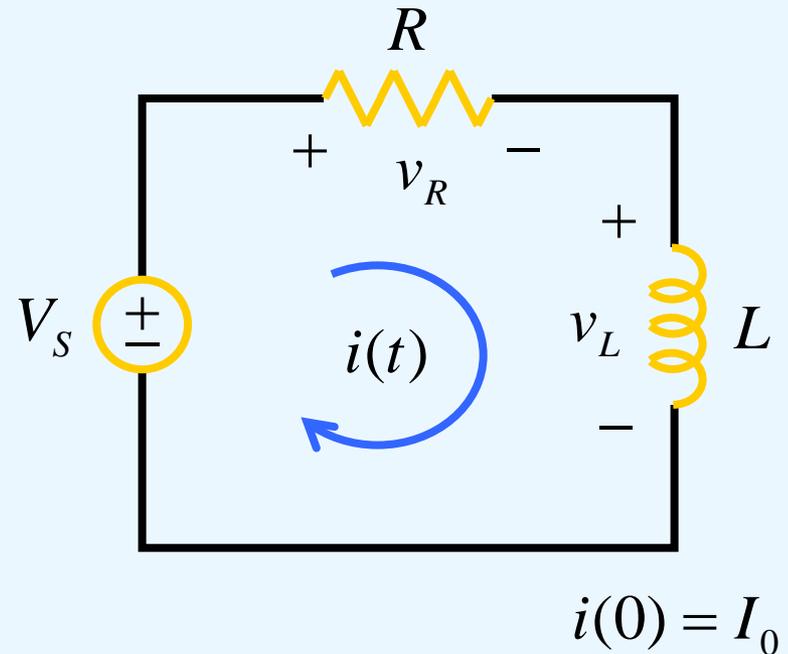
$$v_R = Ri \qquad v_L = L \frac{di}{dt}$$

- Sustituyendo en la KCL:

$$-V_S + Ri + L \frac{di}{dt} = 0 \implies \frac{di}{i - V_S / R} = -\frac{R}{L} dt$$

- Integrando:

$$\int_{I_0}^{i(t)} \frac{di}{i - V_S / R} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt \implies \ln(i - V_S / R) \Big|_{I_0}^{i(t)} = -\frac{R}{L} t \Big|_0^t$$



## 5.4 Circuitos RL

- Sustituyendo en los límites

$$\ln\left(\frac{i(t) - V_S / R}{I_0 - V_S / R}\right) = -\frac{R}{L}t$$

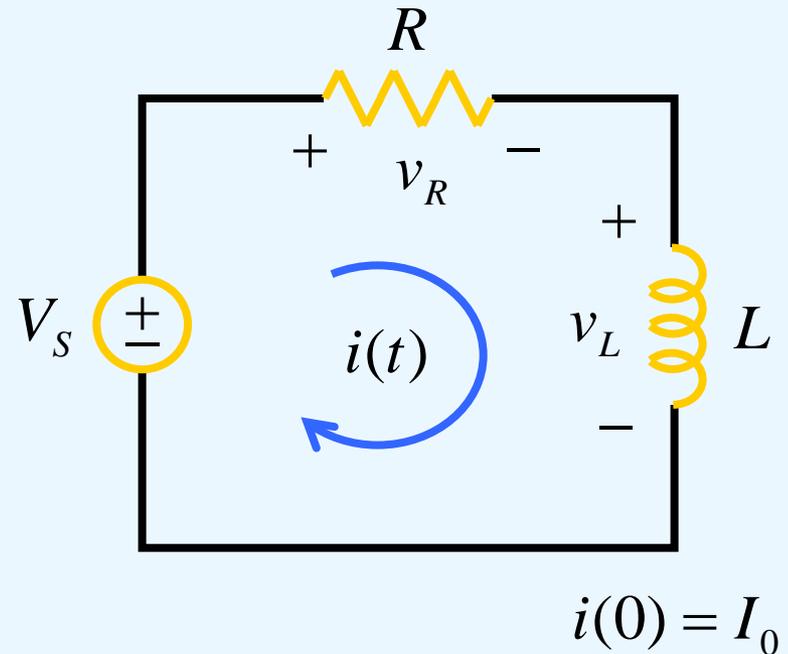
de donde

$$i(t) = \frac{V_S}{R} + \left(I_0 - \frac{V_S}{R}\right)e^{-t/\tau}$$

con  $\tau = L/R$

- La solución final del problema es:

$$i(t) = \begin{cases} I_0, & \text{para } t < 0 \\ \frac{V_S}{R} + \left(I_0 - \frac{V_S}{R}\right)e^{-t/\tau}, & \text{para } t \geq 0 \end{cases}$$
$$\tau = L/R$$



## 5.4 Circuitos RL

- Al igual que en el circuito RC, la respuesta  $i(t)$  tiene una parte transitoria y otra parte permanente

$$i(t) = \frac{V_S}{R} + \left( I_0 - \frac{V_S}{R} \right) e^{-t/\tau} \quad (\text{respuesta completa})$$

$$i_t = \left( I_0 - \frac{V_S}{R} \right) e^{-t/\tau} \quad (\text{respuesta transitoria})$$

$$i_{SS} = \frac{V_S}{R} \quad (\text{respuesta en estado estable})$$

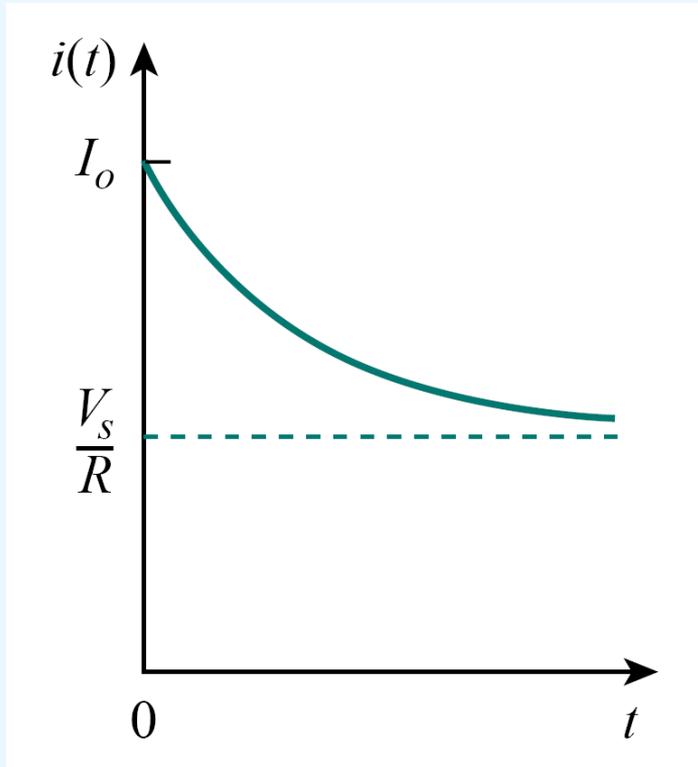
- Nota: si el interruptor cambia en  $t = t_0$  la respuesta completa es:

$$i(t) = \frac{V_S}{R} + \left( I_0 - \frac{V_S}{R} \right) e^{-(t-t_0)/\tau}$$

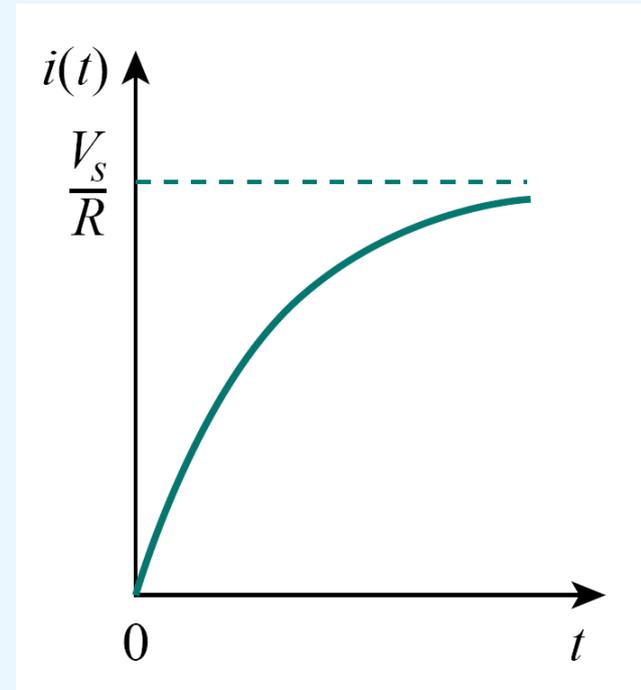
## 5.4 Circuitos RL

### - Gráficamente

$$I_0 > \frac{V_s}{R}$$



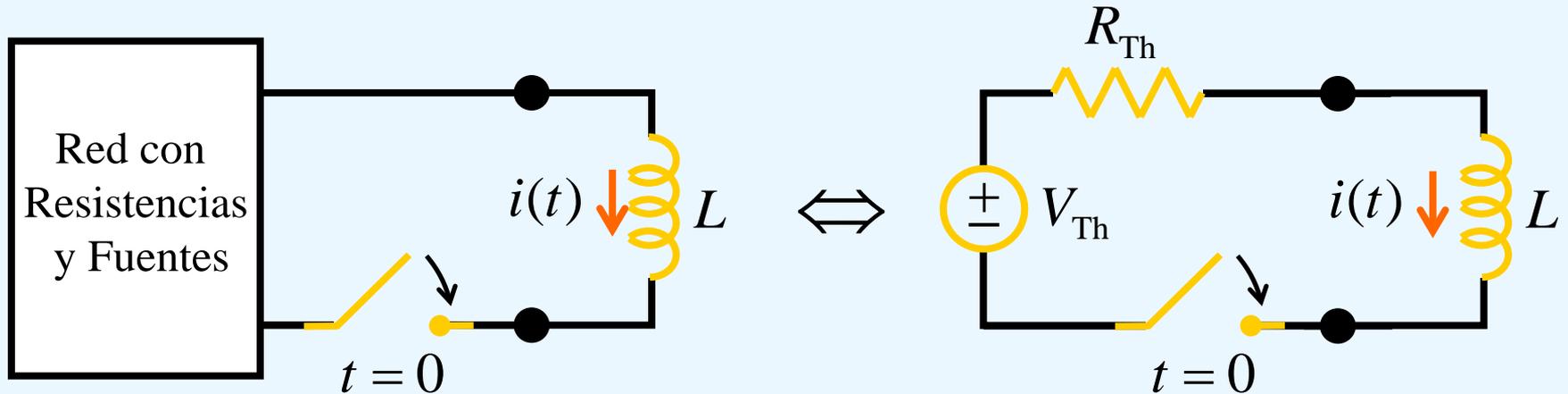
$$I_0 = 0$$



$$i(t) = \frac{V_s}{R} + \left( I_0 - \frac{V_s}{R} \right) e^{-t/\tau}$$

## 5.4 Circuitos RL

- Consideramos una bobina  $L$  con una corriente inicial  $i(0) = I_0$
- Conectamos la bobina a una red con resistencias y fuentes de valor cte a través de un interruptor, como se muestra en la figura

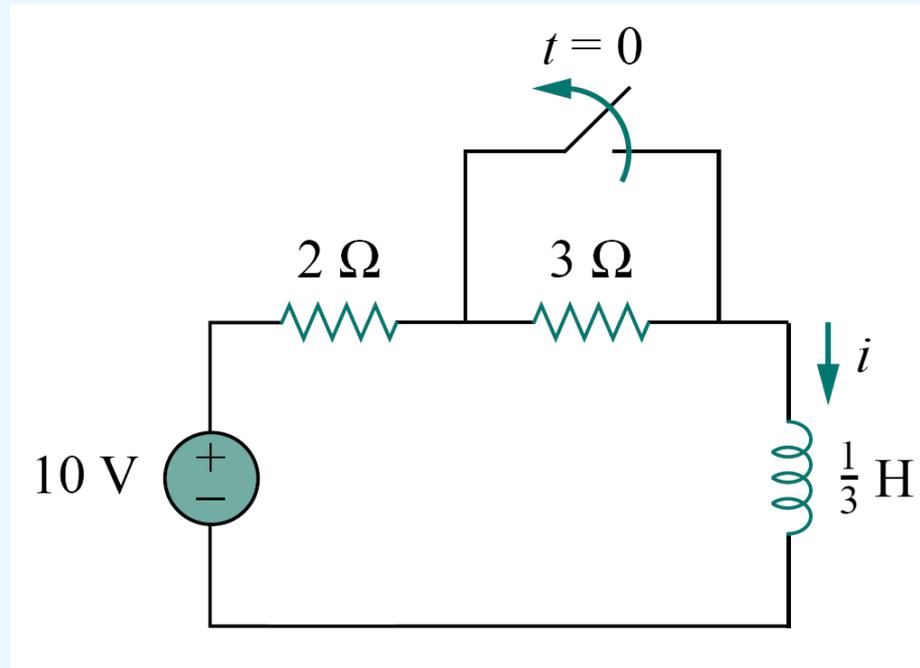


- Para obtener la corriente en la bobina  $i(t)$  (para  $t > 0$ ) basta calcular el equivalente Thevenin visto desde los terminales de la bobina y aplicar la solución conocida para el circuito RL:

$$i(t) = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} + \left( I_0 - \frac{V_{Th}}{R_{Th}} \right) e^{-t/\tau} \quad \text{con} \quad \tau = \frac{L}{R_{Th}} \quad t \geq 0$$

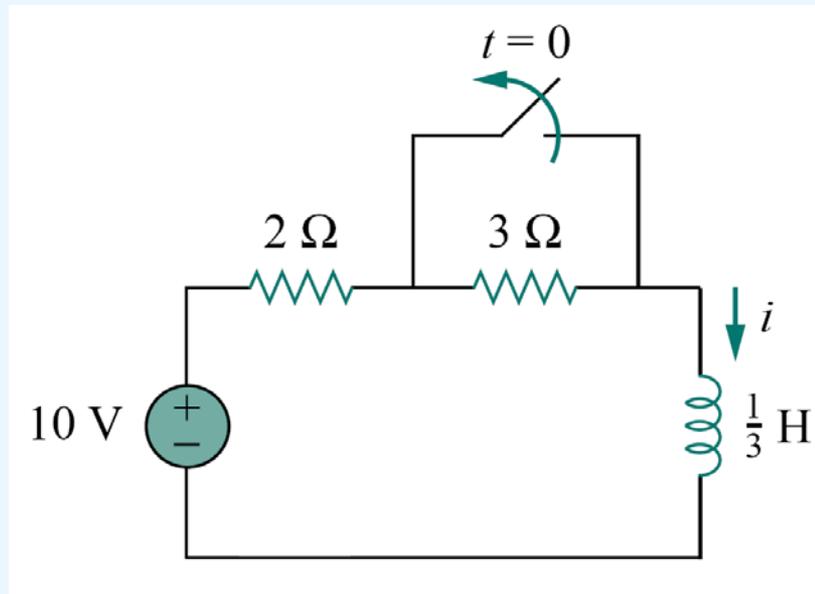
- Ejemplo 5: Calcular  $i(t)$  en el circuito de la figura para  $t > 0$ .  
Supóngase que el interruptor ha estado cerrado mucho tiempo

A&S-3º Ej 7.12



## Solución:

- Para  $t < 0$  el interruptor está cerrado  $\rightarrow$  la resistencia de 3 Ohms está cortocircuitada.



- El interruptor lleva mucho tiempo cerrado  $\rightarrow$  estamos en cc
- En cc podemos sustituir la bobina por un cortocircuito
- La corriente que pasa por el cortocircuito vale:

$$i(0^-) = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$$

- La corriente en la bobina no puede cambiar instantáneamente, luego

$$i(0) = i(0^-) = i(0^+) = 5 \text{ A}$$

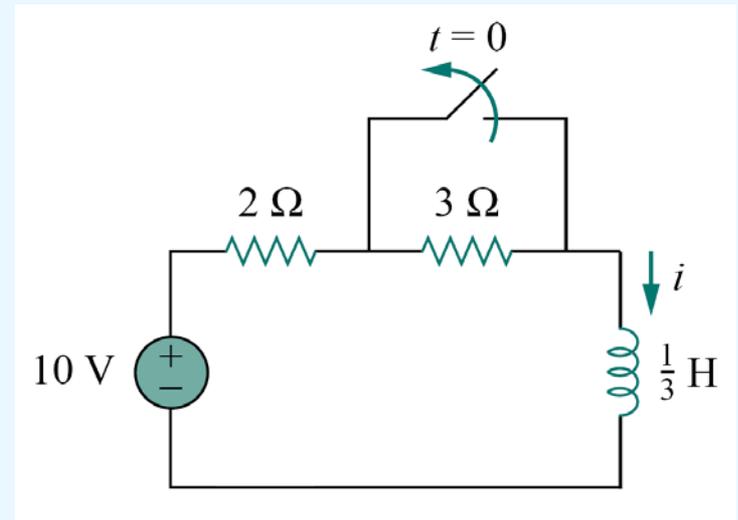
- Para  $t \geq 0$  el interruptor se abre
- Queda un circuito RL con fuente
- La solución para la corriente es:

$$i(t) = \frac{V_S}{R} + \left( I_0 - \frac{V_S}{R} \right) e^{-t/\tau}$$

- Para este circuito:  $V_S = 10 \text{ V}$ ;  $I_0 = 5 \text{ A}$ ;  $\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{15} \text{ s}$   
 $R = 2 + 3 = 5 \Omega$

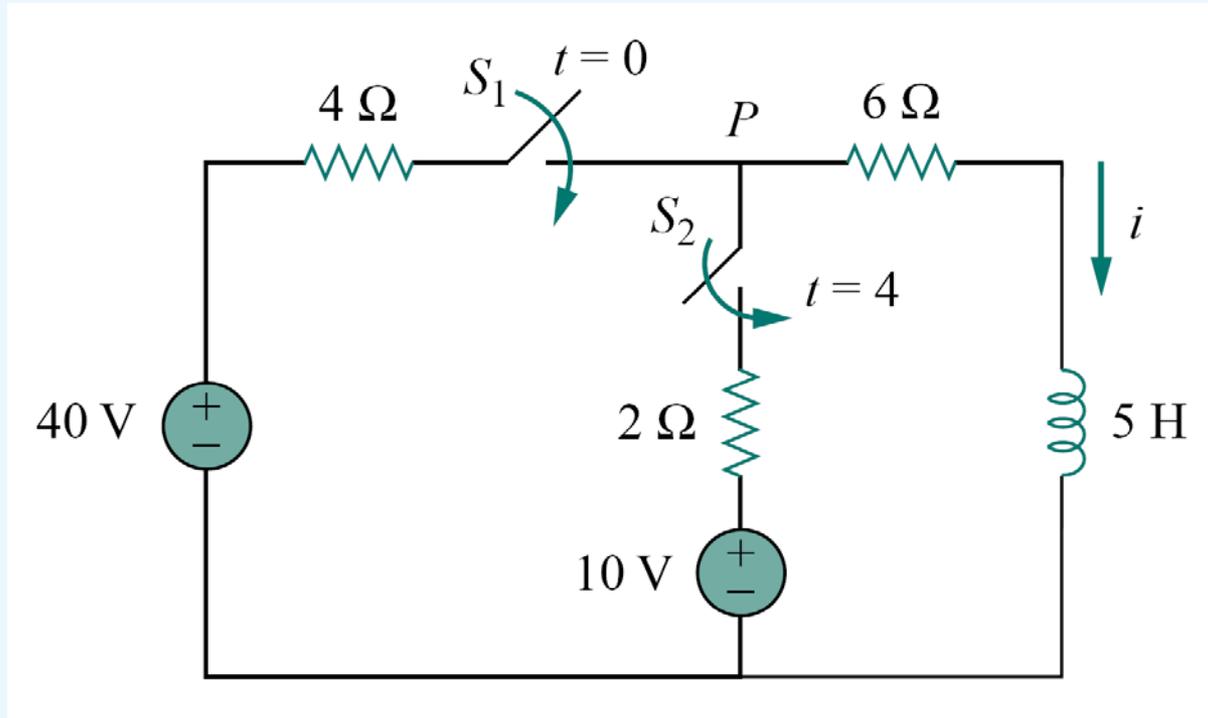
- El resultado final es:

$$i(t) = 2 + 3e^{-15t} \text{ A} \quad \text{para } t \geq 0$$



- Ejemplo 6: El interruptor  $S_1$  de la figura se cierra en  $t = 0$  y el interruptor  $S_2$  en  $t = 4$  s. Calcular  $i(t)$  para  $t > 0$ . Determinar el valor de  $i$  para  $t = 2$  s y  $t = 5$  s.

A&S-3º Ej 7.13



## Solución:

- El circuito problema tiene 2 interruptores que se cierran en instantes de tiempo distintos, lo cual nos define tres intervalos de tiempo:

a)  $t < 0$ ; b)  $0 \leq t < 4$ ; c)  $t \geq 4$  s

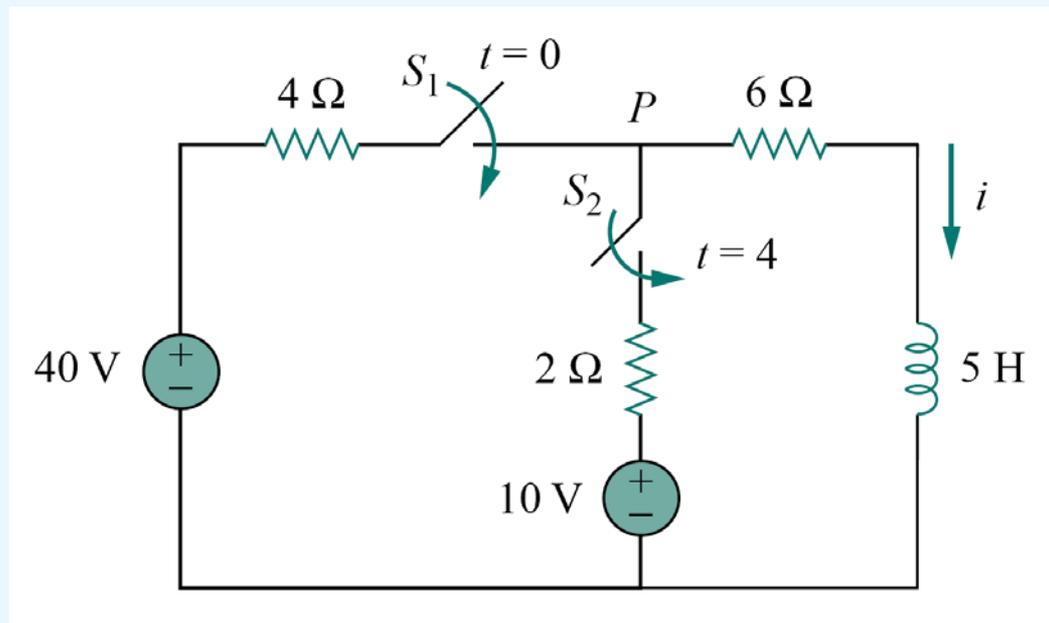
- Debemos resolver el circuito en cada uno de estos intervalos.

- a)  $t < 0$  (los dos interruptores están abiertos)

- En este caso  $i(t) = 0$

- Tomamos el valor de  $i(t)$  en  $t = 0^-$  como condición inicial para el siguiente intervalo:

$$i(0^-) = i(0^+) = 0 \text{ A}$$



- b)  $0 \leq t < 4$  s (S1 está cerrado y S2 abierto)

- En este caso la rama paralelo está desconectada y queda el circuito de la figura

- La solución es de la forma:

$$i(t) = \frac{V_S}{R} + \left( I_0 - \frac{V_S}{R} \right) e^{-t/\tau} \quad \text{con} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

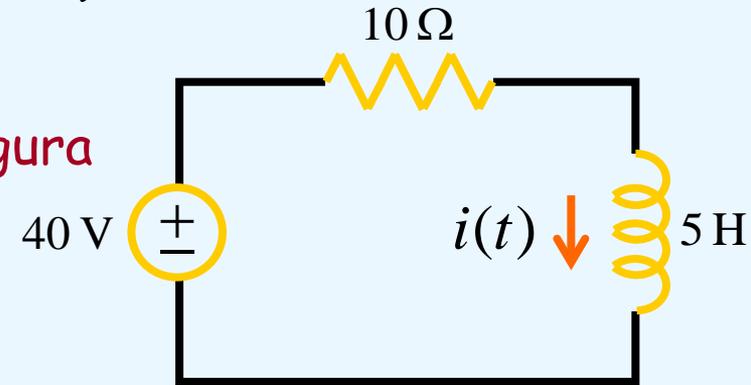
donde  $V_S = 40$  V;  $R = 6 + 4 = 10$   $\Omega$ ;  $I_0 = i(0^-) = i(0^+) = 0$  A

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

- Luego  $i(t) = 4(1 - e^{-2t})$  A

- La condición inicial para el siguiente tramo es:

$$i(4^-) = 4(1 - e^{-2 \times 4}) = 4 \text{ A}$$



- b)  $t \geq 4$  s ( $S_1$  y  $S_2$  están cerrados)

- La solución es de la forma:

$$i(t) = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} + \left( I_0 - \frac{V_{Th}}{R_{Th}} \right) e^{-(t-t_0)/\tau}$$

$$t_0 = 4 \text{ s}$$

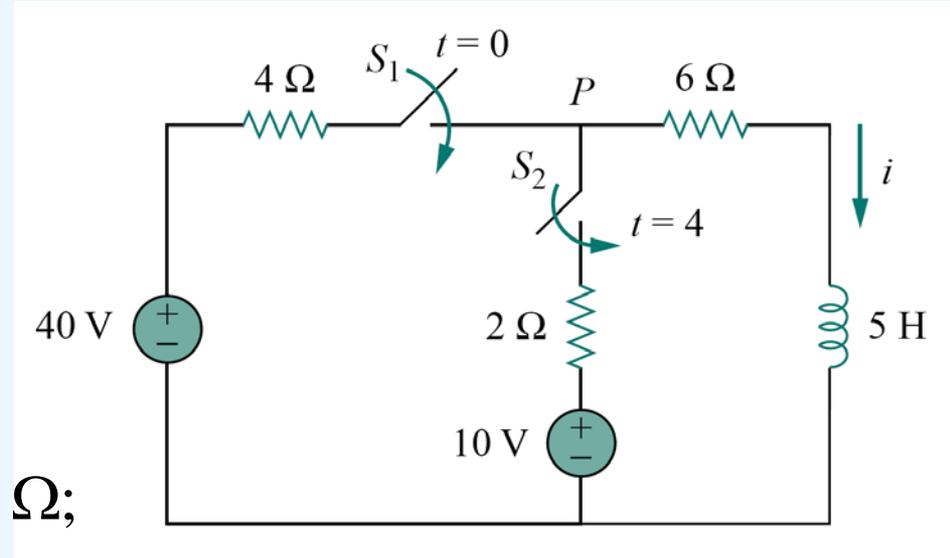
$$R_{Th} = (2 \parallel 4) + 6 = \frac{2 \times 4}{2 + 4} + 6 = \frac{22}{3} \Omega;$$

$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{5}{\frac{22}{3}} = \frac{15}{22} \text{ s}$$

$$I_0 = i(4^-) = i(4^+) = 4 \text{ A}$$

- KCL para el nudo P:  $\frac{40 - V_{Th}}{4} = \frac{V_{Th} - 10}{2} \Rightarrow V_{Th} = 20 \text{ V}$

$$i(t) = \frac{30}{11} + \left( 4 - \frac{30}{11} \right) e^{-(t-4)/\tau} = 2.73 + 1.27 e^{-1.47(t-4)} \text{ A}$$



- Agrupando las soluciones obtenidas:

$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ 4(1 - e^{-2t}) \text{ A} & \text{para } 0 \leq t < 4 \text{ s} \\ 2.73 + 1.27e^{-1.47(t-4)} \text{ A} & \text{para } t \geq 4 \text{ s} \end{cases}$$

- Para  $t = 2 \text{ s}$ :  $i(2) = 4(1 - e^{-4}) = 3.93 \text{ A}$

- Para  $t = 5 \text{ s}$ :  $i(5) = 2.73 + 1.27e^{-1.47(5-4)} = 3.02 \text{ A}$