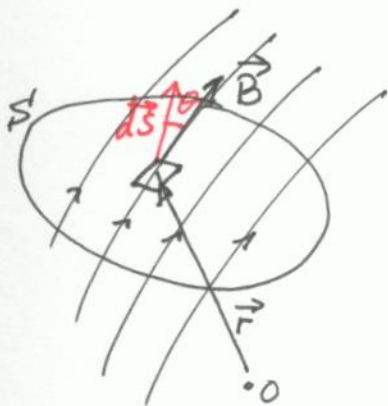


6. ELECTRODINAMICA

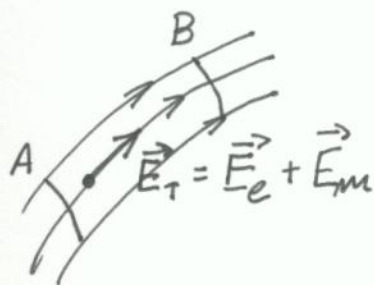
6.1. FLUJO MAGNETICO Y SU VARIACION CON t



$$\phi_S = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\begin{cases} \vec{B} = \vec{B}(\vec{r}, t) \\ S(t) \\ \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot ds \cdot \cos \theta(t) \end{cases}$$

6.2. FUERZA ELECTROMOTRIZ (Y CONTRAELECTROMOTRIZ)



$$\int_A^B \vec{E}_T \cdot d\vec{r} = \underbrace{\int_A^B \vec{E}_e \cdot d\vec{r}}_{V_A - V_B} + \underbrace{\int_A^B \vec{E}_m \cdot d\vec{r}}_{\mathcal{E}_{AB}}$$

ES LA FUERZA POR UNIDAD DE CARGA QUE NO ES DE NATURALEZA CONSERVATIVA. (ELECTROSTATICA). EN UN CIRCUITO

$$\oint \vec{E}_T \cdot d\vec{r} = \underbrace{\mathcal{E}_{AB}}_{f_{em}} - \underbrace{\mathcal{E}'_{A'B'}}_{f_{cem}}$$

6.3. LEY DE FARADAY O LEY DE INDUCCION ELECTROMAGN.

CIRCUITO QUE INTERACCIONA CON UN $\vec{B}(\vec{r}, t)$ EXTERNO

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\phi}{dt}$$

N: i) EL CAMPO ELECTROMOTOR $\vec{E}$ NO ES CONSERVATIVO

ii) Si $\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$ y LA UNICA DEPENDENCIA CON t ESTA EN EL CAMPO $\vec{B}$, ENTONCES

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint_S - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

DE DONDE SE OBTIENE LA LEY DE FARADAY EN FORMA DIFERENCIAL

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

QUE INDICA QUE LAS FUENTES DE $\vec{E}$ SON TAMBIEN LOS CAMPOS MAGNETICOS VARIABLES.

iii) EL CAMPO $\vec{E}$ DE FARADAY ES ROTACIONAL, ES DECIR, PUEDE TENER LINEAS DE CAMPO CERRADAS.

6.4. INDUCTANCIA MUTUA Y AUTOINDUCCION

EL AUTOFLUJO ATRAPADO POR UN CIRCUITO DEPENDE DE $\vec{B}$, $\vec{s}$ y $\vec{B} \cdot \vec{s}$, SI SOLO DEPENDE DE $\vec{B}$ Y ESTE DEPENDE DE LA INTENSIDAD QUE CIRCUILA POR EL CIRCUITO, SE VA A GENERAR UNA FEM AUTOINDUCIDA QUE VALE

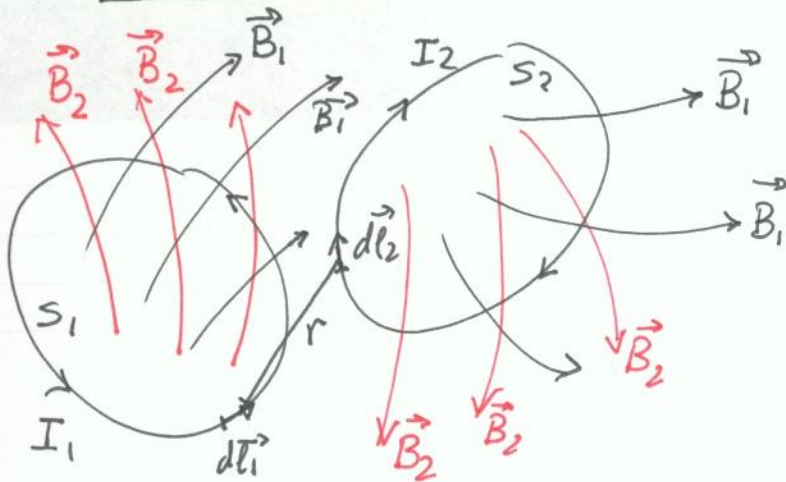
$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d\phi}{dI} \cdot \frac{dI}{dt}$$

L ES EL COEFICIENTE DE AUTOINDUCCION. SI L ES CTE.

$$\frac{d\phi}{dI} = L \Rightarrow \phi = L \cdot I \quad \text{o'}$$

$$L = \frac{\phi}{I}$$

DOS CIRCUITOS QUE INTERACCIONAN MAGNETICAMENTE



$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$$

$$\phi_2 = \phi_{21} + \phi_{22}$$

$$\phi_{12} = \iint_{S_1} \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_1 = \oint_{l_1} \vec{A}_2 \cdot d\vec{l}_1 = \oint_{l_1} \oint_{l_2} \frac{\mu_0 I_2}{4\pi r} d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1$$

EL COEFICIENTE DE INDUCTANCIA MUTUA M_{12} SE DEFINE POR

$$\phi_{12} = M_{12} I_2$$

$$M_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l_1} \oint_{l_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{r} = \frac{\phi_{12}}{I_2}$$

PROPIEDADES: 1) $M_{12} = M_{21}$

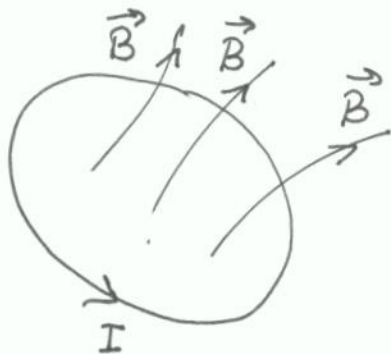
2) ES UNA CANTIDAD GEOMETRICA QUE DEPENDE DE LA DISPOSICION ESPACIAL DE LOS DOS CIRCUITOS

$$3) \quad \mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt} - L_2 \frac{dI_2}{dt}$$

6.5. ENERGIA MAGNETICA

CIRCUITO AISLADO:



$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L I^2$$

CIRCUITOS INTERACCIONAN MAGNETICAMENTE

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N L_i I_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} M_{ij} I_i I_j$$

ALTERNATIVA

ALLÍ DONDE EXISTA CAMPO MAGNETICO

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2\mu_0} \iiint_{\mathbb{R}^3} \vec{B}^2 \cdot d\vec{v}$$

6.6. ECUACIONES DE MAXWELL

ES NECESARIO MODIFICAR LA LEY DE AMPERE YA QUE UN CAMPO ELECTRICO VARIABLE CON t PUEDE SER FUENTE PARA $\vec{B}$ ADEMÁS DE LA CORRIENTE $\vec{J}$.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

ECUACIONES DEL CAMPO E.M. O ECUACIONES DE MAXWELL

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array} \right. \quad (\text{VACIO})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_e \quad \text{LIBRE} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \begin{array}{l} \text{LIBRE} \\ \vec{J}_d \end{array} \end{array} \right. \quad (\text{MATERIA})$$

PARA LA MATERIA TENEMOS

$$\begin{array}{l|l} \vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} & \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{M} = \chi_m \vec{H} & \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} \end{array}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e) = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m) = \mu_0 \mu_r$$

6.7. BALANCE DE ENERGIA DEL CAMPO E.M.

TEOREMA DE POYNTING

Sea V un volumen donde hay corpas móviles a la velocidad $\vec{v}$ generando campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ en dicho volumen. El principio de balance de energía nos dice que

$$\Delta E_{mec} = W_{A \rightarrow B}^{NC} + W_{A \rightarrow B}^{INT} \Rightarrow \frac{\Delta E_{mec}}{\Delta t} = P_{A \rightarrow B}$$

El lado derecho de esta igualdad es la potencia absorbida por los corpas del sistema. (o cedida)

$$P_{A \rightarrow B} = \int_{Vol} \vec{f} \cdot \vec{v} \, dvol. = \int_{Vol} \rho (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} \, dvol = \int_{Vol} \vec{E} \cdot \vec{J} \, dvol.$$

Pero $\int_{vol} (\vec{E} \cdot \vec{J}) dvol = \int_{vol} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}) - \vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) \right] dvol$ 6

por tanto

$$\frac{\Delta E_{mec}}{\Delta t} = \int_{vol} \vec{E} \cdot \vec{J} dvol = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{vol} \frac{1}{2} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}) dvol - \oint_{Svol} \vec{E} \times \vec{H} \cdot d\vec{S}$$

y ya que $\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{E}_{fem}) \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} - \vec{E}_{fem}$

$$\int_{vol} \frac{\vec{J}^2}{\sigma} dvol - \int_{vol} \vec{J} \cdot \vec{E}_{fem} dvol = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{vol} \frac{1}{2} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}) dvol - \oint_{Svol} \vec{E} \times \vec{H} \cdot d\vec{S}$$

que expresa el balance de energía

$$\underbrace{\int_{vol} \vec{J} \cdot \vec{E}_{fem} dvol}_{P_{BATERIAS}} = \underbrace{\int_{vol} \frac{\vec{J}^2}{\sigma} dvol}_{P_{Joule}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_{vol} \frac{1}{2} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}) dvol}_{P_{EMF}} + \underbrace{\oint_{Svol} (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S}}_{\text{FUJO DEL VECTOR } \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}}$$

En terminos diferenciales $\frac{\Delta E_{mec}}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{vol} u_{mec} dvol$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vol} (u_{mec} + u_{em}) dvol + \oint_{Svol} \vec{E} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} = 0$$