

CAPÍTULO 6

El campo magnético

Índice del capítulo 6

- 6.1 Fuerza ejercida por un campo magnético.
- 6.2 Movimiento de una carga puntual en un campo magnético.
- 6.3 Momento magnético de una espira.
- 6.4 Efecto Hall.

6.1 Fuerza ejercida por un campo magnético

✚ La existencia de un campo magnético $\mathbf{B}$ en un punto del espacio puede demostrarse con una brújula.

✚ Experimentalmente se demuestra que cuando una carga q posee una velocidad $\mathbf{v}$ en un campo magnético, aparece sobre ella una fuerza que viene dada por

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

✚ La fuerza magnética es perpendicular tanto a $\mathbf{v}$ como a $\mathbf{B}$.

✚ La ecuación anterior define el **campo magnético** $\mathbf{B}$ en función de la fuerza ejercida sobre una carga móvil. La unidad del SI del campo magnético es el **tesla** (T).

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{Cm/s}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

Esta unidad es bastante grande. El campo magnético terrestre es algo menor que 10^{-4} T en la superficie de la Tierra. Una unidad usada corrientemente es el **gauss** (G):

$$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$$

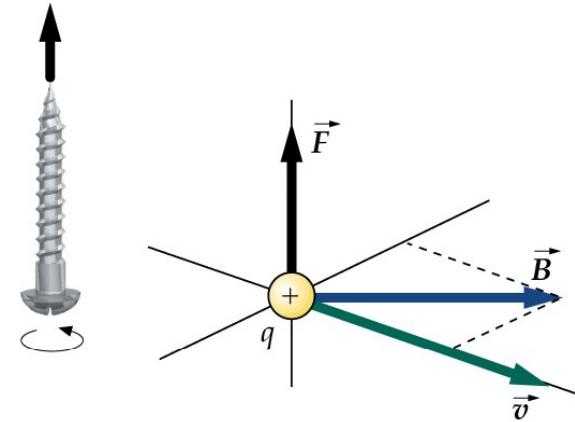


Figura 6.1: El producto vectorial $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ es perpendicular a ambos $\mathbf{v}$ y $\mathbf{B}$ y su sentido es que viene dado por la regla del tornillo.

6.1 Fuerza ejercida por un campo magnético

Ejemplo 6.1: El campo magnético en un punto de la superficie de la Tierra tiene un valor de 0.6 G y está dirigido hacia abajo y, en el caso del hemisferio norte, hacia el norte, formando un ángulo de 70° aproximadamente con la horizontal, como se indica en la figura 6.2. Un protón se mueve horizontalmente en dirección norte con velocidad $v = 10^7$ m/s. Calcular la fuerza magnética que actúa sobre el protón.

Solución: $-9.02 \times 10^{-17} \text{ N } \hat{i}$

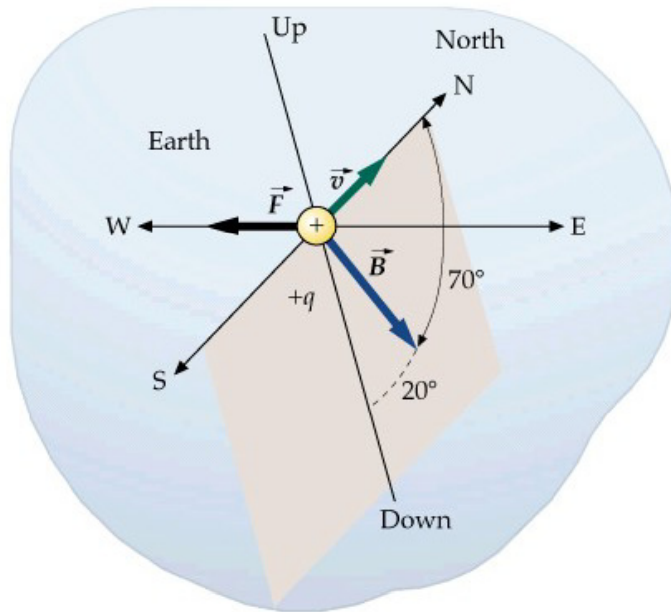


Figura 6.2

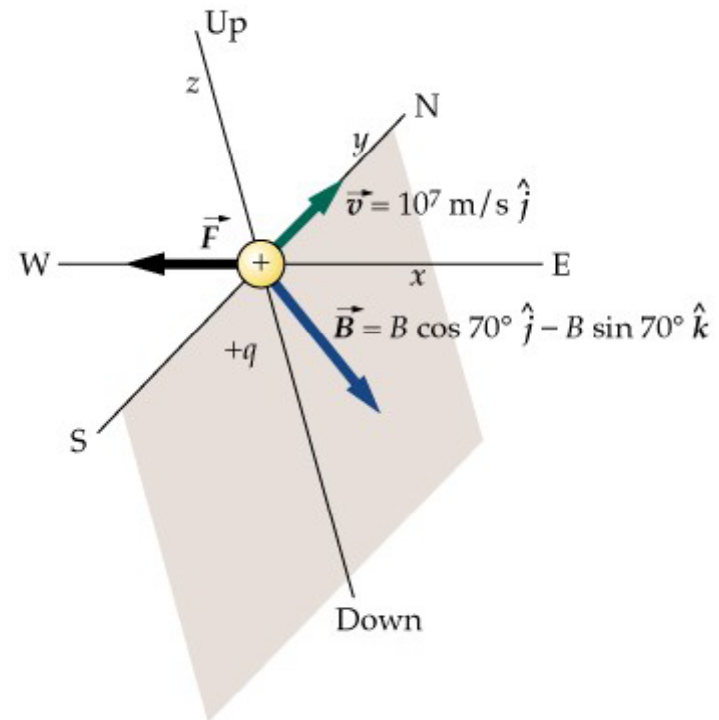


Figura 6.3

6.1 Fuerza ejercida por un campo magnético

✚ Cuando por un cable situado en el interior de un campo magnético circula una corriente, se ejerce una fuerza sobre el conductor que es igual a (ver figura 6.4):

$$\vec{F} = (q\vec{v}_d \times \vec{B})nAL; \quad I = nqv_dA$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

donde $\vec{L}$ es un vector cuyo módulo es la longitud del hilo y cuya dirección es paralela a la corriente (ver figura 6.5).

✚ Para un segmento diferencial de hilo $d\vec{l}$, la correspondiente fuerza es

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

donde $\vec{B}$ es el campo magnético. La magnitud $I d\vec{l}$ se denomina **elemento de corriente**.

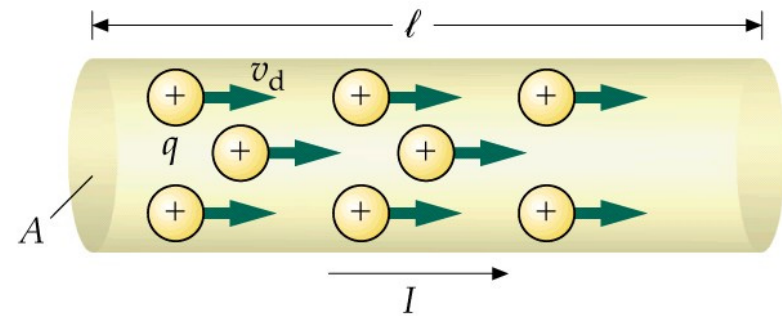


Figura 6.4: Segmento de corriente de longitud L que transporta una corriente I .

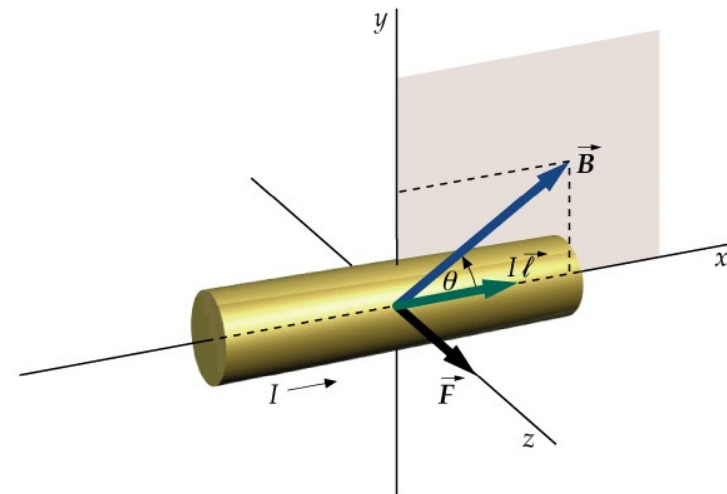
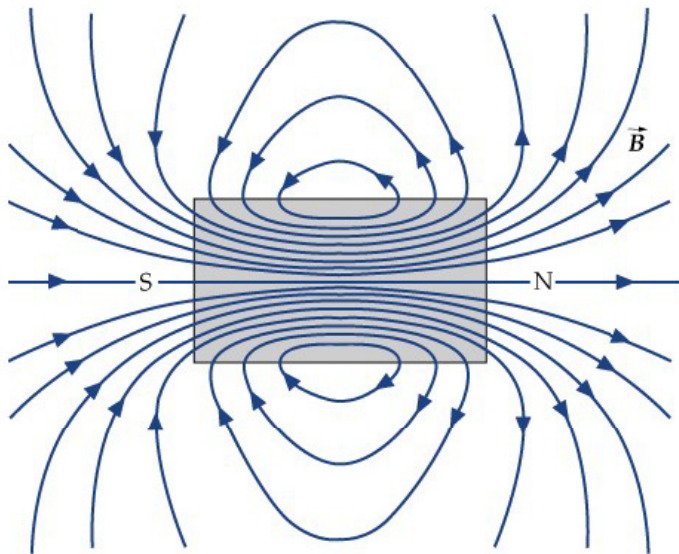


Figura 6.5: Fuerza magnética sobre un segmento de alambre portador de corriente en un campo magnético.

6.1 Fuerza ejercida por un campo magnético

✚ El campo magnético $\mathbf{B}$ se puede representar mediante líneas de campo magnético. La dirección y sentido vienen indicados por la dirección y sentido de las líneas de campo y el módulo del campo por su densidad. Existen dos diferencias importantes con respecto a las líneas de campo eléctrico:

1. Las líneas de campo magnético son perpendiculares a la fuerza magnética sobre una carga móvil.
2. Las líneas de campo magnético son cerradas.



(a)



(b)

Figura 6.6: (a) Las líneas de campo magnético dentro y fuera de una barra magnética. Las líneas emergen del polo norte y entran en el polo sur. Forman circuitos cerrados. (b) Líneas de campo magnético exteriores a una barra imantada, visualizadas con limaduras de hierro.

6.1 Fuerza ejercida por un campo magnético

Ejemplo 6.2: Un segmento de cable de 3 mm de longitud transporta una corriente de 3 A en la dirección $+x$. Se encuentra en el interior de un campo magnético de módulo 0.02 T cuya dirección es paralela al plano xy , formando un ángulo de 30° con el eje x , como se indica en la figura 6.7. ¿Cuál es la fuerza magnética ejercida sobre el segmento de cable?

Solución: $9 \times 10^{-5} \text{ N k}$.

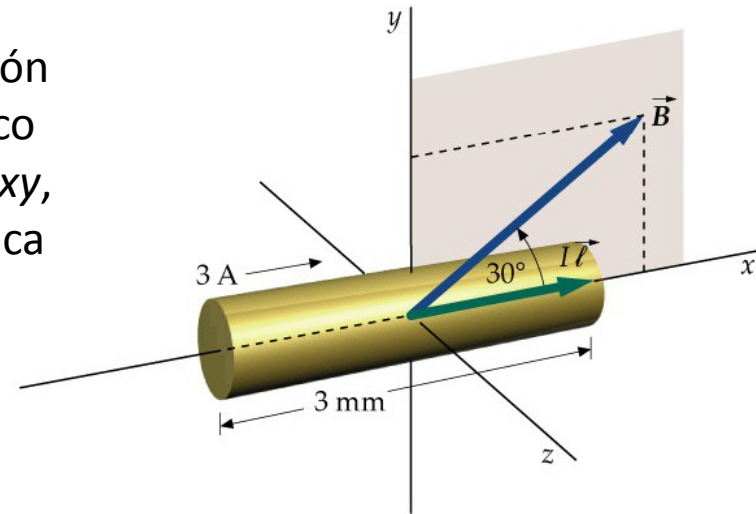


Figura 6.7

Ejemplo 6.3: Un alambre curvado en forma semicircular de radio R se encuentra en el plano xy . Por el circula una corriente I del punto a al punto b , como se indica en la figura 6.8. Un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = B\mathbf{k}$ está dirigido perpendicularmente al plano de la espira. Determinar la fuerza que actúa sobre la parte semicircular del alambre.

Solución: $\mathbf{F} = 2IRB\mathbf{j}$.

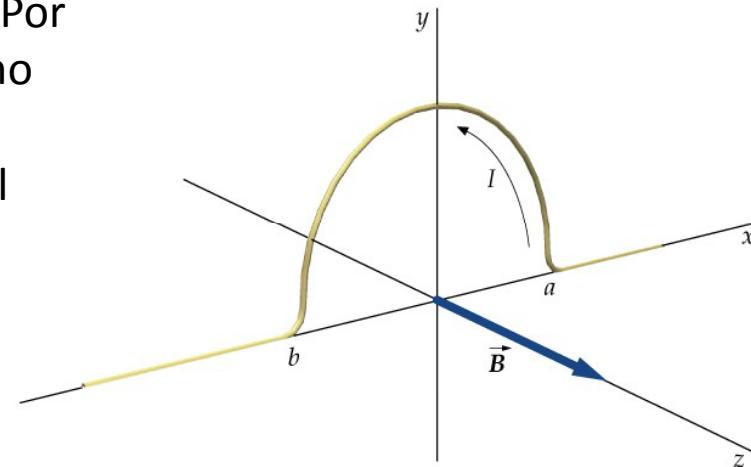
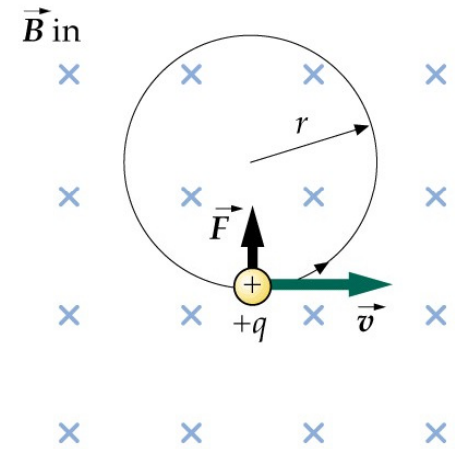


Figura 6.8

6.2 Movimiento de una carga en un campo magnético

✚ La fuerza magnética sobre una carga móvil es perpendicular a su velocidad. Por tanto, la fuerza magnética modifica la dirección de la velocidad, pero no su módulo. Por lo tanto, *los campos magnéticos no realizan trabajo sobre las partículas y no modifican su energía cinética.*



✚ En el caso en que la velocidad de una partícula sea perpendicular a un **campo magnético uniforme**, como indica la figura 6.9, la partícula se mueve describiendo una **órbita circular**:

$$F = ma \Rightarrow qvB = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

✚ **Período de ciclotrón:**

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

✚ **Frecuencia de ciclotrón:**

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \Rightarrow \omega = 2\pi f = \frac{q}{m} B$$

Figura 6.9: Partícula cargada que se mueve en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme que está dirigido hacia dentro del plano de la transparencia indicado por cruces. La fuerza es perpendicular a la velocidad de la partícula haciendo que se mueva en una órbita circular.

6.2 Movimiento de una carga en un campo magnético

✚ Si una partícula entra en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme con una velocidad que no es perpendicular a $\vec{B}$, la partícula seguirá una trayectoria que es una hélice como muestra la figura 6.10.

✚ El movimiento de partículas cargadas en campos magnéticos no uniformes es muy complicado. La figura 6.11 muestra una **botella magnética** en la cual el campo es débil en el centro y muy intenso en ambos extremos. Esta configuración del campo magnético sirve para atrapar partículas cargadas.

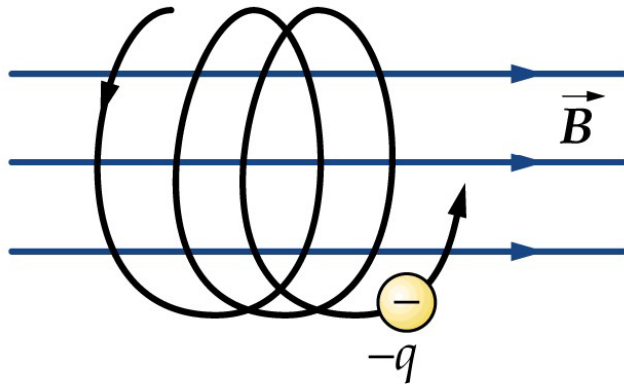


Figura 6.10: Cuando una partícula cargada posee una componente de la velocidad paralela a un campo magnético y otra perpendicular al mismo, se mueve en una trayectoria helicoidal alrededor de las líneas de campo.

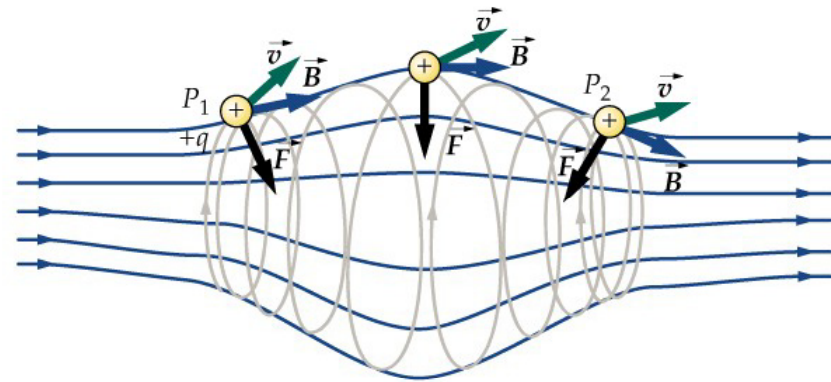


Figura 6.11: Botella magnética. Cuando una partícula cargada se mueve en este campo, muy intenso en ambos extremos y débil en el centro, la partícula queda atrapada y se mueve en espiral atrás y adelante alrededor de las líneas de campo.

6.2 Movimiento de un carga en un campo magnético

✚ **Selector de velocidades:** La fuerza magnética que actúa sobre una partícula que se mueve en el interior de un campo magnético puede equilibrarse por una fuerza electrostática. Una región de estas características se dice que tiene los **campos cruzados**.

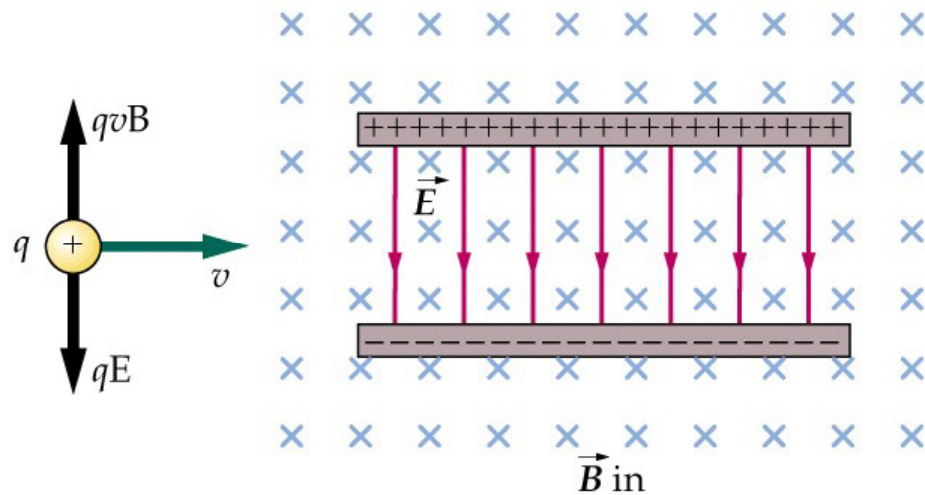
✚ La fuerza total que sufre un carga en presencia de un campo eléctrico y uno magnético es:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

✚ Las fuerzas se anulan si la velocidad verifica:

$$v = \frac{E}{B}$$

Figura 6.12: Campos eléctrico y magnético cruzados. Cuando una partícula de carga positiva se mueve hacia la derecha experimenta una fuerza eléctrica dirigida hacia abajo y otra fuerza magnética dirigida hacia arriba. Estas fuerzas se equilibran si la velocidad de la partícula está relacionada con los valores de ambos campos por la expresión $vB = E$.



6.2 Movimiento de un carga en un campo magnético

✚ **Medida del cociente q/m del electrón:** Un ejemplo de aplicación de campos cruzados es el famoso experimento de J.J. Thomson en 1897, en el cual demostró que los rayos catódicos podían desviarse mediante estos campos y, por tanto, se componían de partículas cargadas. Midiendo la desviación de estas partículas, Thomson demostró que todas las partículas tenían la misma relación carga masa. Para ello utilizó el dispositivo de la figura 6.13 y determinó la relación q/m a través de la siguiente relación para la desviación (ver figura 6.14):

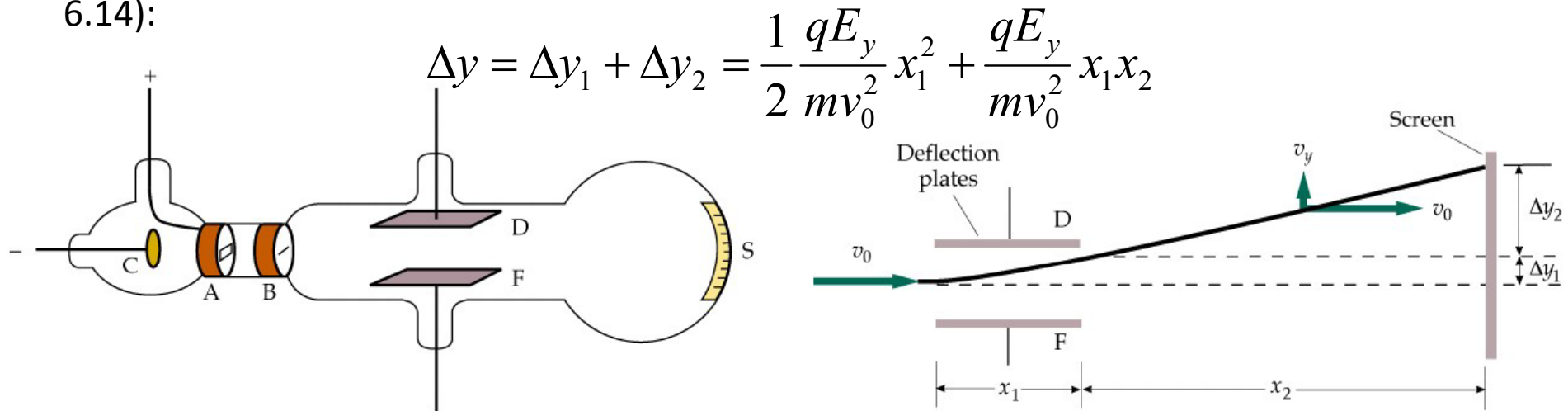


Figura 6.13: Tubo de Thomson utilizado para medir el cociente q/m para las partículas que forman los rayos catódicos (electrones). Los electrones procedentes del cátodo C pasan a través de las rendijas en A y B e inciden sobre la pantalla fosforescente S. El haz puede desviarse mediante un campo eléctrico situado entre las placas D y F.

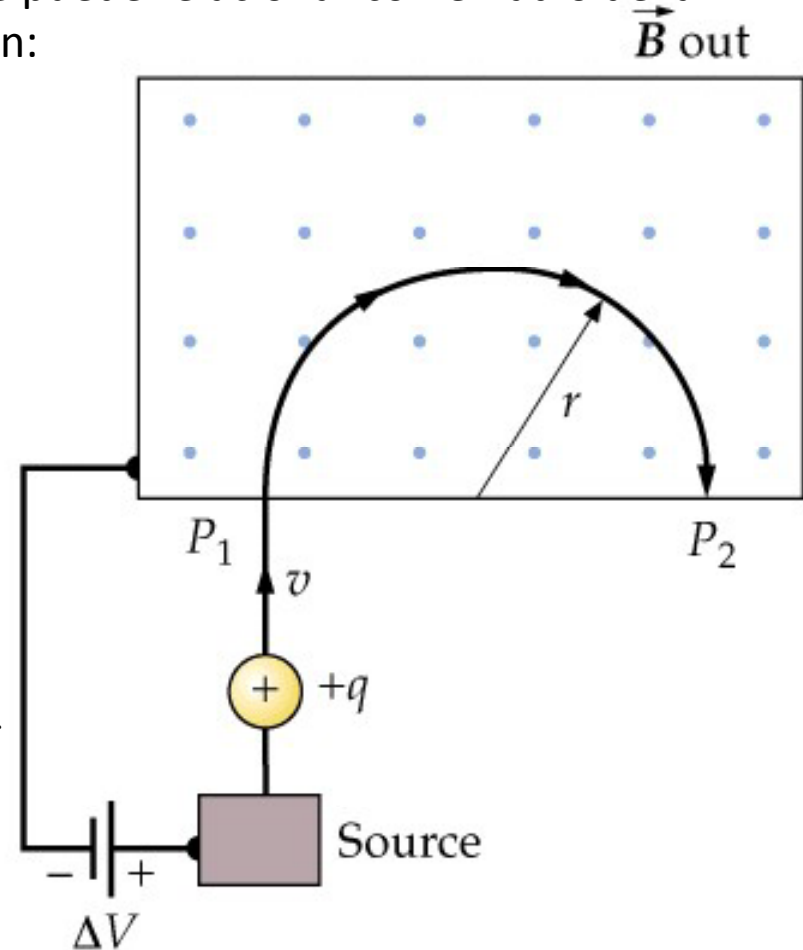
Figura 6.14: La desviación total del haz en los experimentos de J.J. Thomson consta de una desviación, Δy_1 , mientras los electrones se encuentran entre las placas, más la desviación Δy_2 que ocurre en la región libre del campo entre las placas y la pantalla.

6.2 Movimiento de un carga en un campo magnético

✚ **Espectrómetro de masas:** Este dispositivo diseñado por primera vez por Francis William Aston en 1919, fue desarrollado para medir las masa de los isótopos. La figura 6.15 muestra una representación esquemática de este dispositivo y su descripción se puede leer en el pie de figura. La masa de los isótopos se puede relacionar con el radio de la trayectoria circular a través de la siguiente relación:

$$\frac{m}{q} = \frac{B^2 r^2}{2 |\Delta V|}$$

Figura 6.15: Dibujo esquemático de un espectrómetro de masas. Los iones positivos procedentes de una fuente iónica se aceleran bajo una diferencia de potencial ΔV y entran en un campo magnético uniforme. El campo magnético es perpendicular y saliente del plano del papel, como indican los puntos dibujados. Los iones se curvan en arcos circulares y emergen en P_2 . El radio de la circunferencia varía con la masa del ión.

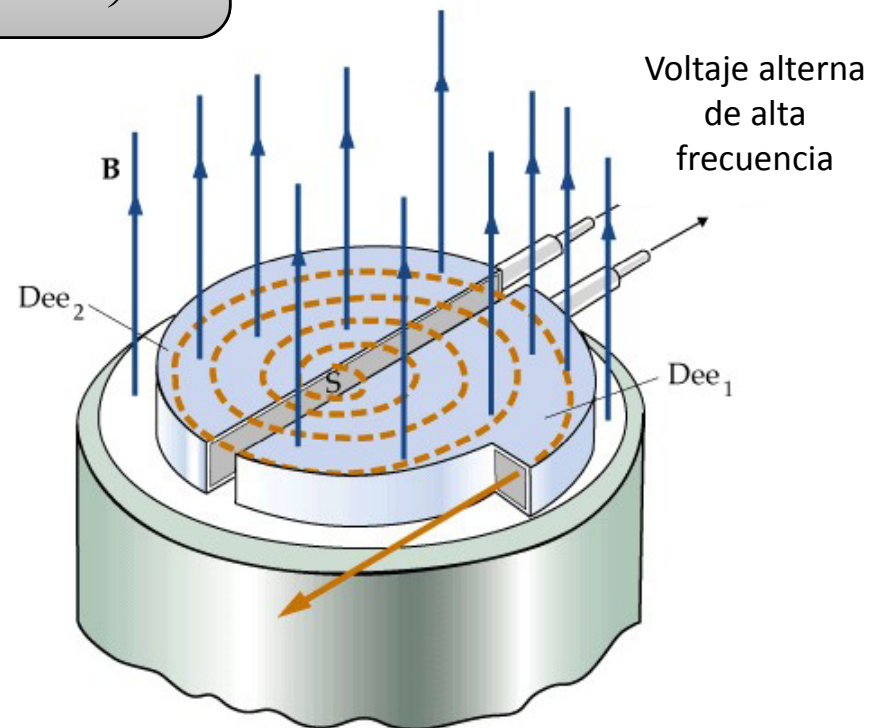


6.2 Movimiento de una carga en un campo magnético

✚ **El ciclotrón:** Este dispositivo inventado por E.O. Lawrence y M.S. Livingston en 1934 sirve para acelerar partículas tales como protones o deuterones hasta conseguir una energía cinética elevada. Su funcionamiento se describe someramente en la figura 6.16. Es fácil demostrar que la energía cinética a la salida del ciclotrón viene dada por:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{q^2B^2}{m}\right)r^2$$

Figura 6.16: Dibujo esquemático de un ciclotrón. Se ha omitido la cara del polo superior del imán. Las partículas cargadas, tales como protones, procedentes de una fuente S situada en el centro son aceleradas por la diferencia de potencial establecida a través del hueco entre las des del ciclotrón. Cuando las partículas llegan al hueco de nuevo, la diferencia de potencial ha cambiado de signo y vuelven a acelerarse describiendo un círculo mayor. Esta diferencia de potencial alterna su signo con el período del ciclotrón de la partícula, el cual es independiente del radio de la circunferencia descrita.



6.3 Momento magnético de una espira

Una espira portadora de una corriente no experimenta ninguna fuerza neta cuando se encuentra en un campo magnético uniforme, pero sobre ella se ejerce un par que tiende a girarla. La orientación de la espira se describe mediante un vector unitario $\hat{n}$ que es perpendicular al plano de la espira (ver figura 6.17).

La figura 6.18 muestra las fuerzas ejercidas por un campo magnético uniforme sobre una espira rectangular. Estas fuerzas y el correspondiente momento vienen dados por:

$$F_1 = F_2 = Iab$$

$$\tau = F_2 b \sin \theta = IabB \sin \theta = IAB \sin \theta$$

Si la espira posee N vueltas, el momento tiene el modulo:

$$\tau = NIAB \sin \theta$$

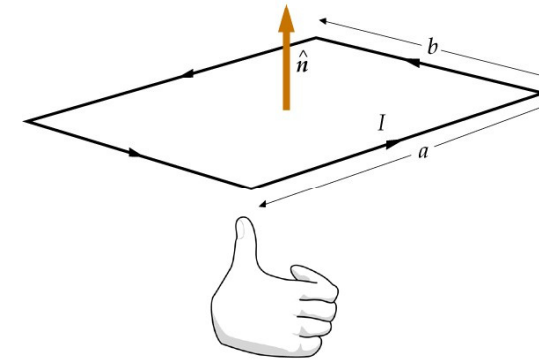


Figura 6.17: La orientación de una espira de corriente viene descrita por el vector unitario $\hat{n}$ perpendicular al plano de la espira.

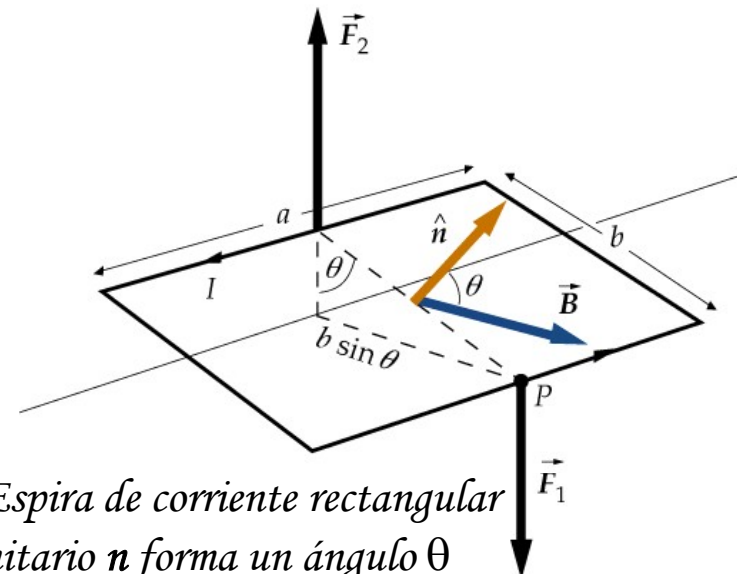


Figura 6.18: Espira de corriente rectangular cuyo vector unitario $\hat{n}$ forma un ángulo θ con el campo magnético uniforme.

6.3 Momento magnético de una espira

- El momento de las fuerzas puede escribirse en función del **momento dipolar magnético** $\vec{\mu}$ (o simplemente **momento magnético**) de la espira de corriente definido por

$$\vec{\mu} = NIA\hat{n}$$

- La unidad del SI del momento magnético es el amperio x metro². En función del momento dipolar magnético, el momento sobre la espira de corriente viene dado por:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

- La ecuación anterior, deducida para una espira rectangular, es válida en general para una espira plana de cualquier forma (ver figura 6.19).

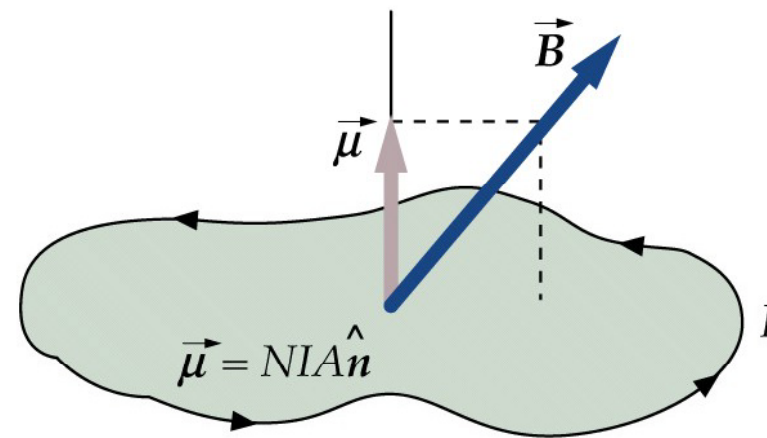


Figura 6.19: Una espira plana de corriente de forma arbitraria se describe por su momento magnético $\vec{\mu} = NIA \hat{n}$. En un campo magnético $\vec{B}$ experimenta un momento $\vec{\mu} \times \vec{B}$.

6.3 Momento magnético de una espira

Ejemplo 6.4: Una espira de alambre circular de radio R y masa m por la que circula una corriente I (figura 6.20) está sobre una superficie horizontal. Existen un campo magnético horizontal $\vec{B}$. ¿Qué valor mínimo debe tener la corriente I para que un borde de la espira se levante de la superficie?

Solución: $mg/(\tau RB)$.

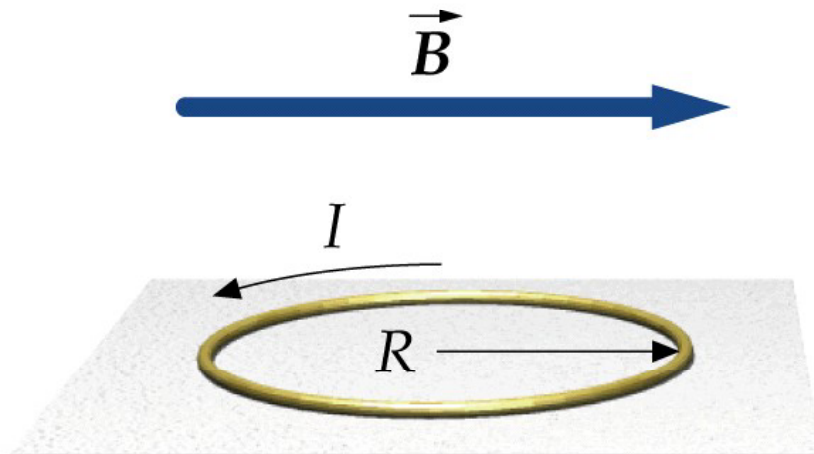


Figura 6.20

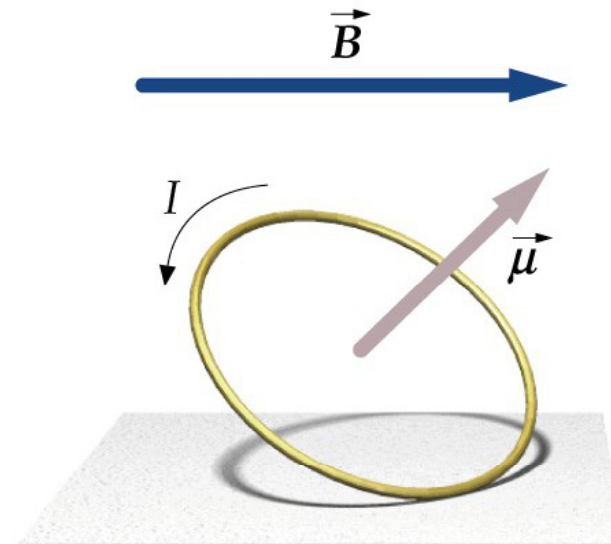


Figura 6.21

6.3 Momento magnético de una espira

✚ **Energía potencial de un dipolo magnético en un campo magnético:** Cuando un momento actúa sobre un objeto y éste gira un determinado ángulo, se realiza trabajo. Cuando un dipolo gira un ángulo $d\theta$ el trabajo realizado es

$$dW = -\tau d\theta = -\mu B \sin\theta d\theta$$

El signo menos aparece porque el momento tiende a disminuir θ . Haciendo este trabajo igual a la disminución de energía potencial, tenemos

$$dU = -dW = +\mu B \sin\theta d\theta$$

Integrando, resulta

$$U = -\mu B \cos\theta + U_0$$

Si elegimos la energía potencial de modo que sea cero cuando $\theta = 90^\circ$, resultará $U_0 = 0$ y la energía potencial del dipolo es

$$U = -\mu B \cos\theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

6.3 Momento magnético de una espira

Ejemplo 6.5: Una bobina rectangular cuadrada de 12 vueltas, con lados de 40 cm de longitud, transporta una corriente de 3 A. Está situada en el plano xy como indica la figura 6.22, dentro de un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = 0.3 \text{ T} \hat{i} + 0.4 \text{ T} \hat{k}$. Determinar (a) el momento magnético de la bobina y (b) el momento ejercido sobre la bobina. (c) Calcular la energía potencial de la bobina.

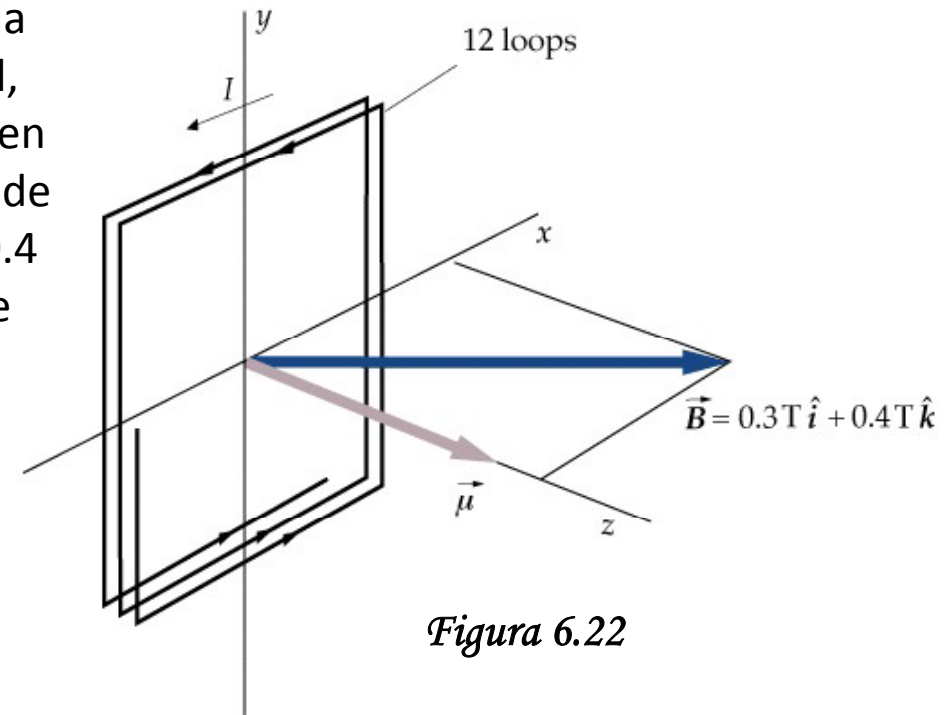


Figura 6.22

Ejemplo 6.6: Un disco no conductor de pequeño grosor de masa m y radio R posee una densidad superficial de carga uniforme σ y gira con velocidad angular ω alrededor de su eje. Determinar el momento magnético del disco en rotación.

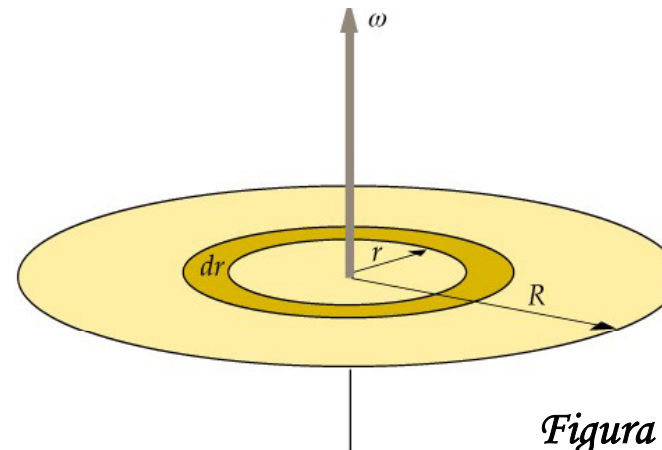


Figura 6.23

6.4 Efecto Hall

✚ Cuando las cargas eléctricas en la corriente dentro de un hilo conductor son sometidas a un campo magnético, éstas son impulsadas hacia un lado del alambre. Debido a esto se produce una separación de carga en el alambre denominada **Efecto Hall**.

✚ Este fenómeno nos permite determinar el signo de la carga de un portador y el número de portadores n por unidad de volumen.

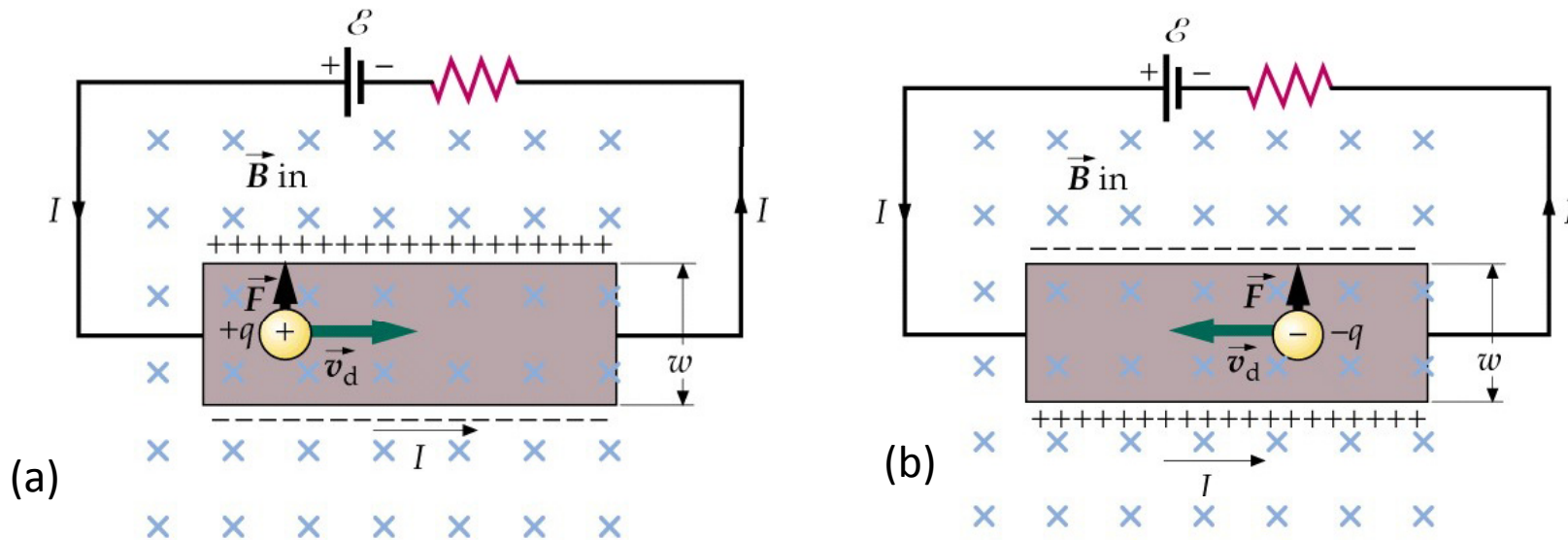


Figura 6.24: Efecto Hall. El campo magnético está dirigido perpendicularmente y hacia dentro del plano del papel, como indican las cruces dibujadas. La fuerza magnética sobre una partícula cargada está dirigida hacia arriba para una corriente que circula hacia la derecha tanto si la corriente es de vida a (a) partículas positivas que se mueven hacia la derecha como si se debe a (b) partículas negativas que se mueven hacia la izquierda.

6.4 Efecto Hall

✚ La diferencia de potencial entre la parte superior e inferior de la cinta (ver figura 6.24) se llama **voltaje Hall**:

$$V_H = E_H w = v_d B w$$

La intensidad de la corriente es

$$I = n e v_d A$$

donde A es la sección transversal. Para una cinta de anchura w y espesor t , el área transversal es $A = wt$. La densidad de portadores es

$$n = \frac{I}{A e v_d} = \frac{I}{w t e v_d}$$

Substituyendo $v_d w = V_H/B$ en la expresión del voltaje Hall, resulta

$$n = \frac{IB}{teV_H}$$

$$V_H = \frac{I}{nte} B$$

6.4 Efecto Hall

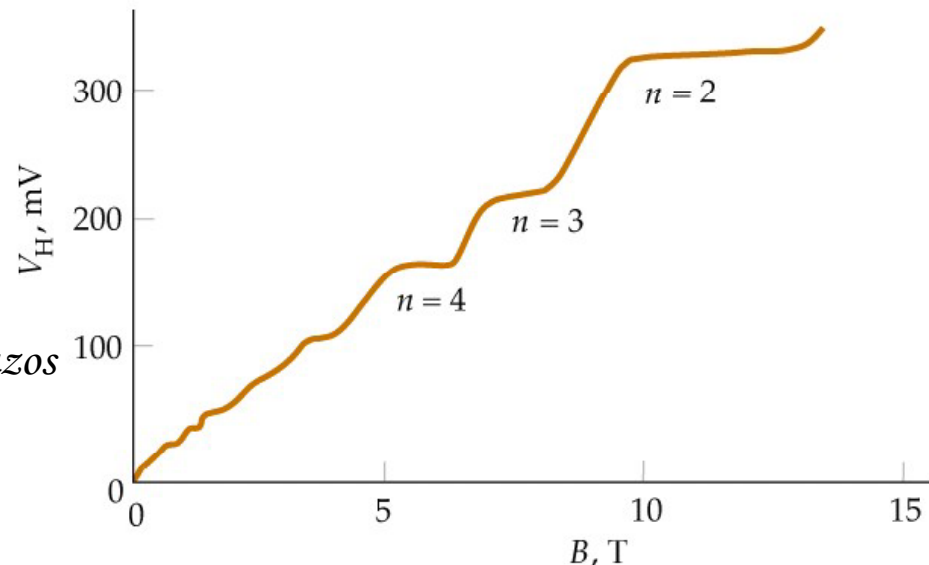
✚ **El efecto Hall cuántico:** Clásicamente el voltaje Hall debe incrementarse linealmente con el campo magnético B para una determinada corriente. En 1980, mientras estudiaba el efecto Hall en semiconductores a muy bajas temperaturas y campos magnéticos intensos, Klaus von Klitzing descubrió que la gráfica de V_H en función de B tenía una forma escalonada, como indica la figura 6.25, en lugar de ser una línea recta. Es decir, el voltaje Hall está cuantizado. Por este descubrimiento, von Klitzing recibió el Premio Nobel de Física en 1985.

✚ Según la teoría del efecto Hall cuántico, la resistencia Hall sólo puede tomar valores enteros:

$$R_H = \frac{V_H}{I} = \frac{R_K}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\text{donde } R_K = \frac{h}{e^2}$$

Figura 6.25: Un gráfico del voltaje Hall en función del campo magnético aplicado muestra trazos horizontales, indicando que el voltaje Hall está cuantizado. Estos datos se tomaron a una temperatura de 1.39 K con una intensidad de corriente fija de 25.52 μA .



CAPÍTULO 7

Fuentes del campo magnético

Índice del capítulo 7

- 7.1 Campo magnético creado por cargas puntuales en movimiento.
- 7.2 La ley de Biot y Savart.
- 7.3 La ley de Gauss para el magnetismo
- 7.4 La ley de Ampère.
- 7.5 El magnetismo de la materia.

7.1 Campo magnético creado por una carga

Cuando una carga puntual q se mueve con velocidad $\mathbf{v}$, se produce un campo magnético $\mathbf{B}$ en el espacio dado por

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

donde $\mathbf{r}$ es un vector unitario que apunta desde la carga que apunta desde la carga al punto del espacio y μ_0 es la **permitividad del vacío**:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

Ejemplo 7.1: Una carga puntual de módulo $q = 4.5 \text{ nC}$ se mueve con una velocidad de $\mathbf{v} = 3.6 \times 10^3 \text{ m/s } \hat{i}$ paralelamente al eje x a lo largo de la recta $y = 3 \text{ m}$. Determinar el campo magnético producido en el origen por esta carga cuando se encuentra en el punto $x = -4 \text{ m}$, $y = 3 \text{ m}$, como indica la figura 7.2.

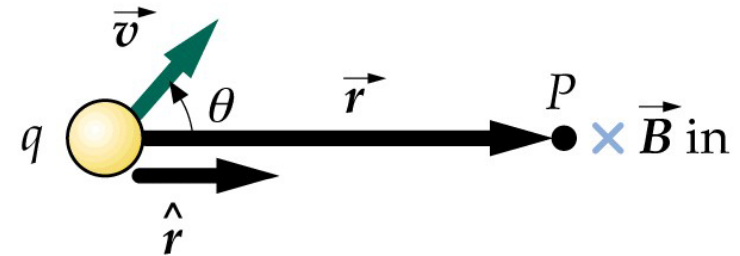


Figura 7.1: Una carga puntual q que se mueve con velocidad $\mathbf{v}$ produce un campo magnético $\mathbf{B}$ en un punto P en la dirección $\mathbf{v} \times \mathbf{r}$, en donde $\mathbf{r}$ es el vector unitario dirigido desde la carga al punto P .

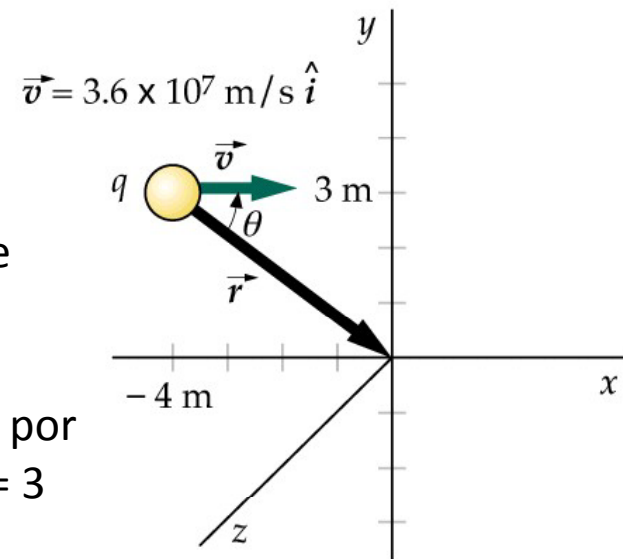


Figura 7.2

7.2 La ley de Biot y Savart

✚ El campo magnético $d\vec{B}$ creado por un elemento de corriente $I d\vec{\ell}$ viene dad por (ver figura 7.3):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

[La ley de Biot y Savart]

✚ Esta ecuación, conocida como la **ley de Biot y Savart**, fue también deducida por Ampère.

✚ La fuente de campo magnético es una carga móvil o un elemento de corriente.

✚ El campo magnético debido a la corriente total que circula por un circuito puede calcularse utilizando la ley de Biot y Savart para calcular el campo debido a cada elemento de corriente y después sumando (integrando) para todos los elementos de corriente del circuito.

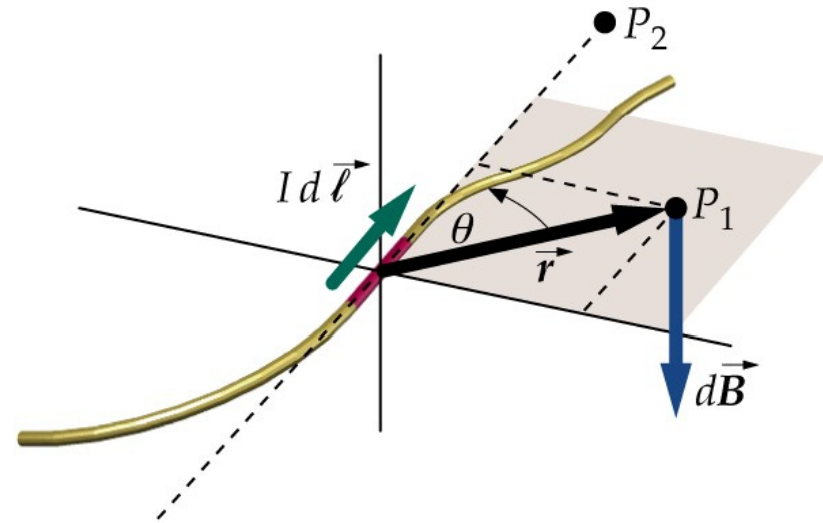


Figura 7.3: El elemento de corriente $I d\vec{\ell}$ produce un campo magnético en el punto P_1 que es perpendicular tanto a $I d\vec{\ell}$ como a r . Este elemento no produce campo magnético en el punto P_2 que está en la misma línea de $I d\vec{\ell}$.

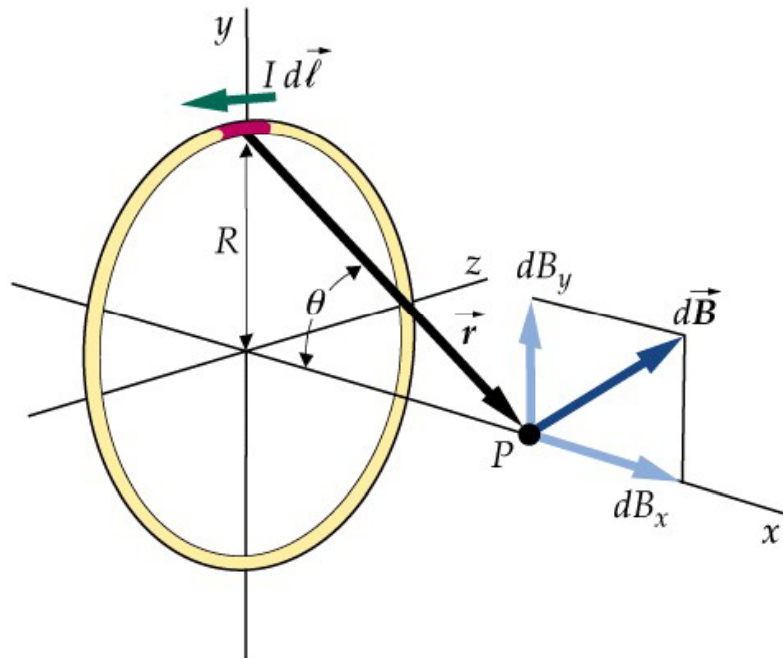
7.2 La ley de Biot y Savart

✚ **Campo magnético debido a una espira de corriente:** a lo largo del eje de la espira, el campo sólo tiene componente x (ver figura 7.4) y ésta viene dada por

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IRdl}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



A grandes distancias de la espira:

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{|x|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\mu}{|x|^3}$$

donde $\mu = I\pi R^2$ es el momento magnético de la espira. Este resultado es válido para cualquier punto del espacio, aunque no esté situado a lo largo del eje de la espira.

Figura 7.4: Geometría para el cálculo del campo magnético en un punto del eje de una espira de corriente circular.

7.2 La ley de Biot y Savart

Figura 7.5: Líneas de campo magnético de una espira de corriente circular visualizadas mediante limaduras de hierro.

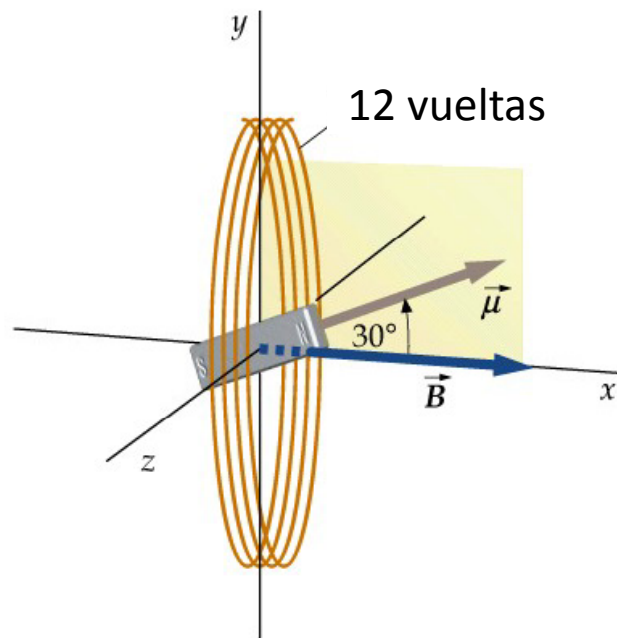
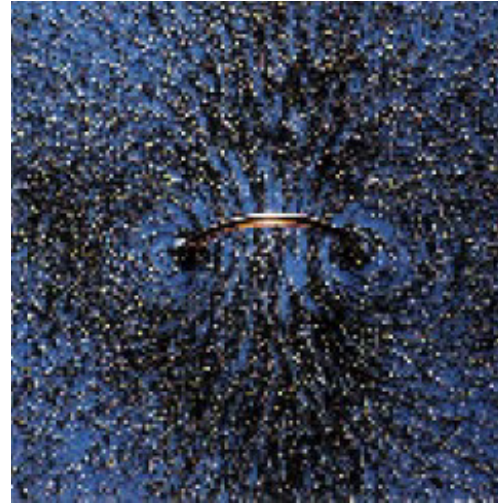


Figura 7.6

Ejemplo 7.2: Una pequeña barra magnética de momento magnético $\mu = 0.03 \text{ Am}^2$ se sitúa en centro de una bobina de radio 5 cm y 12 vueltas de modo que su momento magnético se encuentra en el plano xy y forma un ángulo de 30° con el eje x (ver figura 7.6). Despreciando cualquier variación del campo magnético en la región ocupada por el imán, determinar el momento ejercido sobre el imán.

Solución: $\tau = -(9.04 \times 10^{-6} \text{ Nm})\mathbf{k}$.

7.2 La ley de Biot y Savart

✚ Campo magnético debido a una corriente en un solenoide:

Un solenoide es un alambre enrollado en forma de hélice con espiras muy próximas entre sí (ver figura 7.7).

El campo magnético en el eje del solenoide se puede calcular usando el resultado de la espira de corriente haciendo uso de $di = nI dx$ (ver figura 7.8), donde $n = N/L$ es el número de vueltas por unidad de longitud:

$$B_x = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 n I dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$B_x = \frac{1}{2} \mu_0 n I \left(\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + R^2}} - \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + R^2}} \right)$$

En el caso de un solenoide largo ($L \gg R$):

$$B_x = \mu_0 n I$$

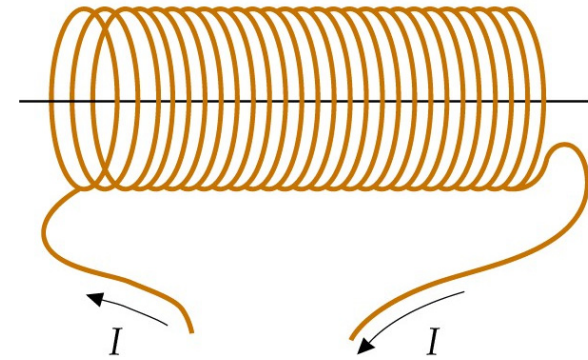


Figura 7.7: Representación esquemática de un solenoide.

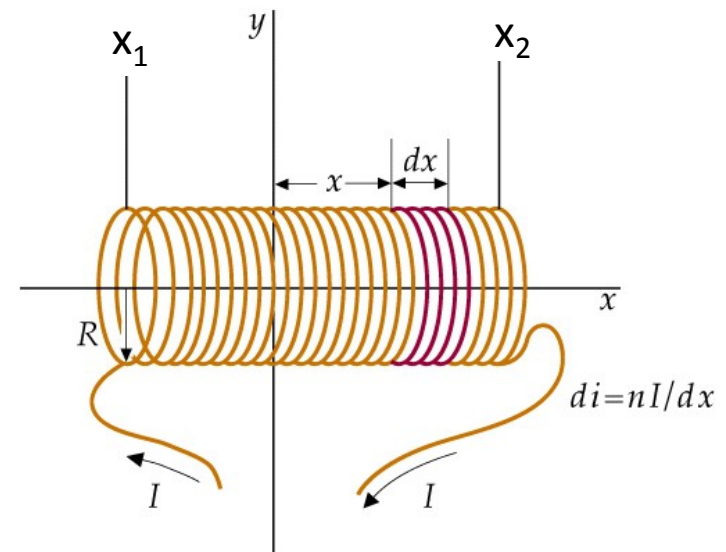


Figura 7.8: Geometría para el cálculo del campo magnético dentro de un solenoide, sobre el eje.

7.2 La ley de Biot y Savart

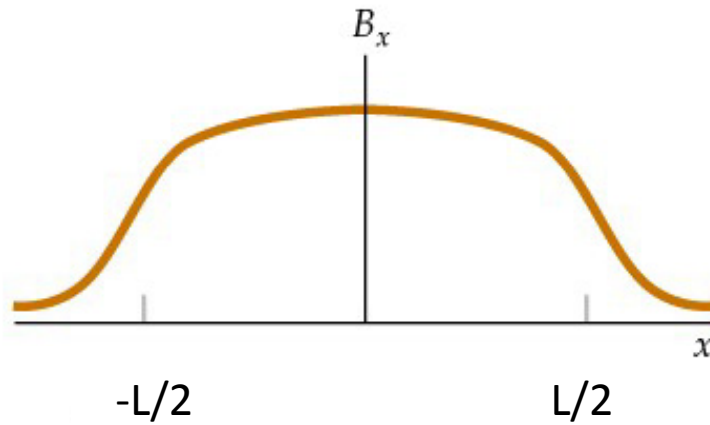


Figura 7.9: Gráfico del campo magnético sobre el eje interior de un solenoide en función de la posición x sobre dicho eje. El campo interior al solenoide es casi constante excepto cerca de los extremos.

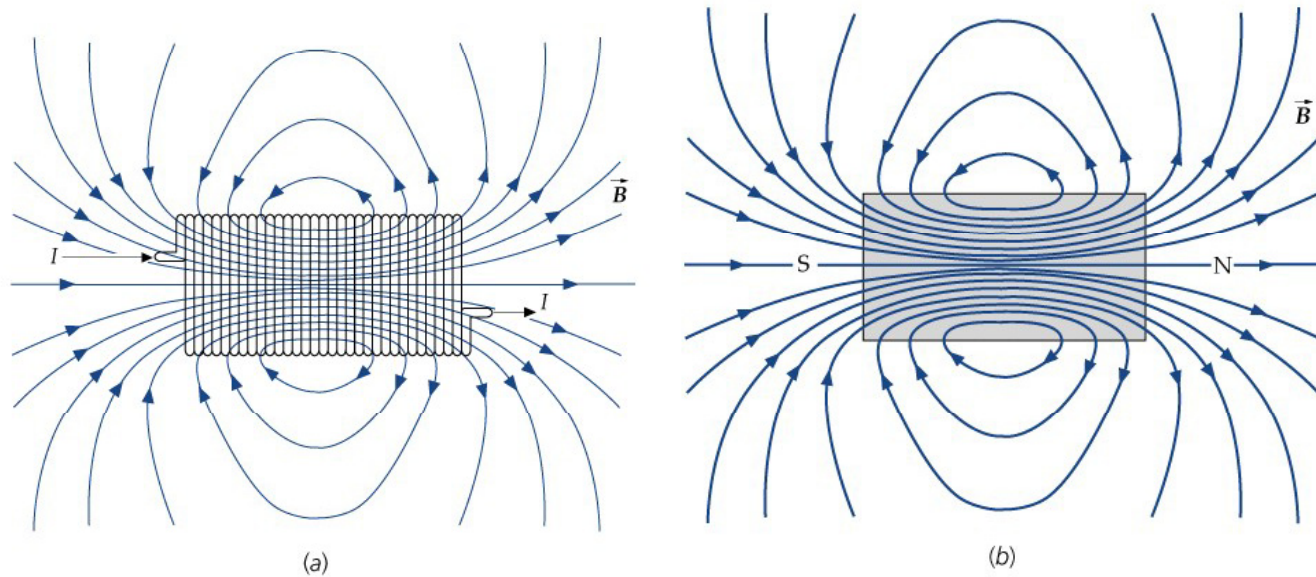


Figura 7.10: (a) Líneas de campo magnético de un solenoide. Las líneas son idénticas a las de una barra imantada de igual forma, como en la figura (b). (c) Líneas de campo magnético de un solenoide indicadas por limaduras de hierro.

7.2 La ley de Biot y Savart

✚ Campo magnético creado por un conductor rectilíneo:

Las líneas de campo son tangentes al a un círculo de radio R que rodea al conductor. Además, si el conductor es suficientemente largo:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R}$$

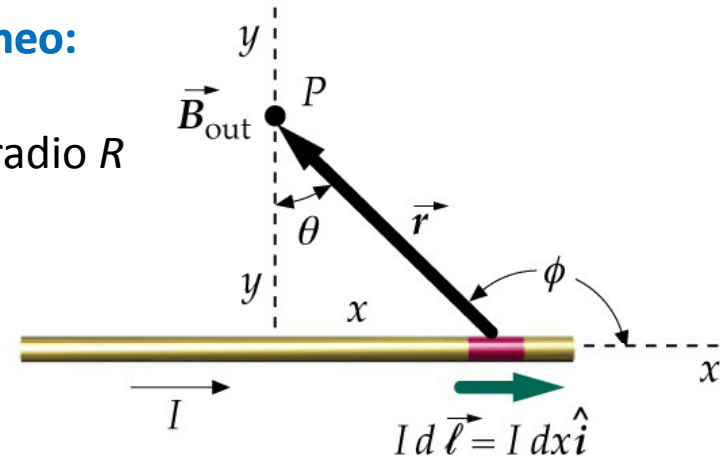
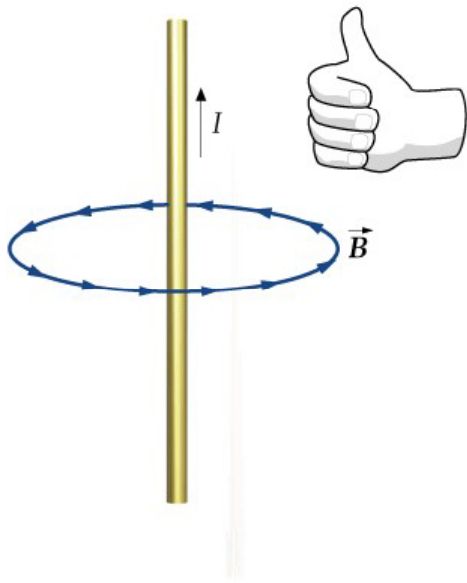


Figura 7.11: Geometría para el cálculo del campo magnético en el punto P creado por un conductor rectilíneo.

Figura 7.12: Regla de la mano derecha para determinar el sentido del campo magnético debido a un conductor largo y recto, portador de corriente. Las líneas de campo magnético rodean el conductor en el sentido de los dedos de la mano derecha cuando el dedo pulgar apunta en la dirección de la corriente.

7.2 La ley de Biot y Savart

Ejemplo 7.3: Determinar el campo magnético en el centro de una espira de corriente cuadrada, de lado $L = 50$ cm, por la cual circula una corriente de 1.5 A (ver figura 7.13).

Solución: $B = 3.39 \times 10^{-6}$ T (apuntando hacia fuera de la página).

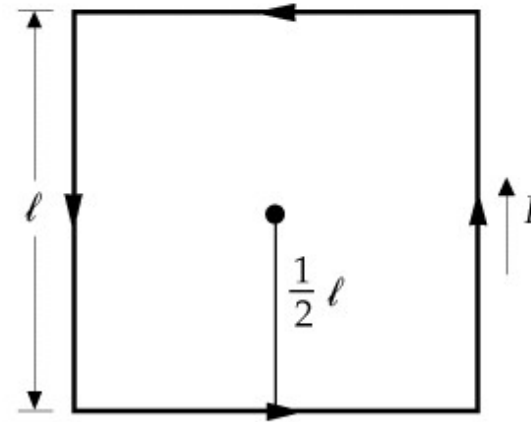


Figura 7.13

Ejemplo 7.4: Un conductor largo y rectilíneo que transporta una corriente de 1.7 A en la dirección z positiva, se encuentra a lo largo de la línea $x = -3$ cm, $y = 0$. Un conductor semejante que transporta una corriente de 1.7 A en la dirección z positiva está situado sobre la línea $x = +3$ cm, $y = 0$, como indica la figura 7.14. Determinar el campo magnético en un punto del eje y en $y = 6$ cm.

Solución: $\mathbf{B} = -9.07 \times 10^{-6}$ T $\mathbf{i}$.

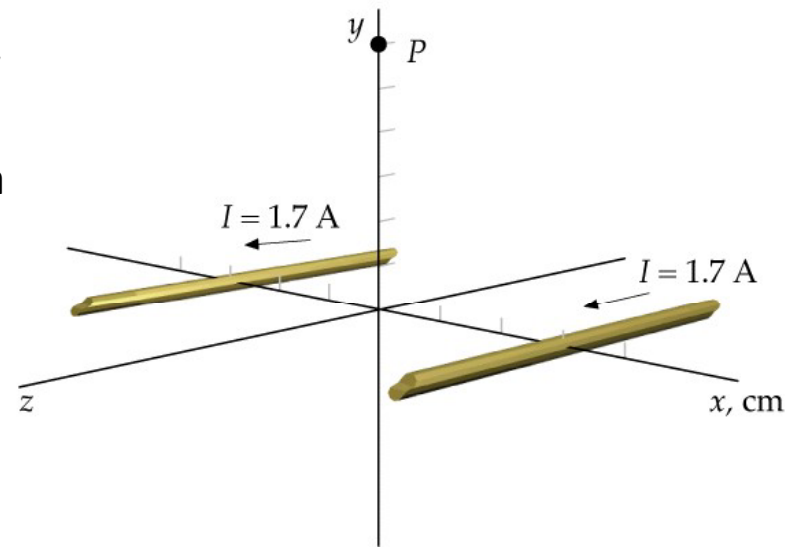


Figura 7.14

7.2 La ley de Biot y Savart

✚ Fuerza magnética entre dos conductores paralelos:

Dos conductores paralelos por los que circulan sendas corrientes se ejercen una fuerza mutua que es atractiva si las corrientes circulan en el mismo sentido y repulsiva si lo hacen en sentidos opuestos.

El módulo de dicha fuerza por unidad de longitud viene dado por (ver figura 7.15):

$$\frac{dF_2}{dl_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{R}$$

El amperio es aquella corriente que si se mantiene en dos conductores rectos y paralelos de longitud infinita y sección transversal circular despreciable, situados en el vacío con una separación de un metro, produce entre estos dos conductores una fuerza igual a 2×10^{-7} newtons por metro de longitud.

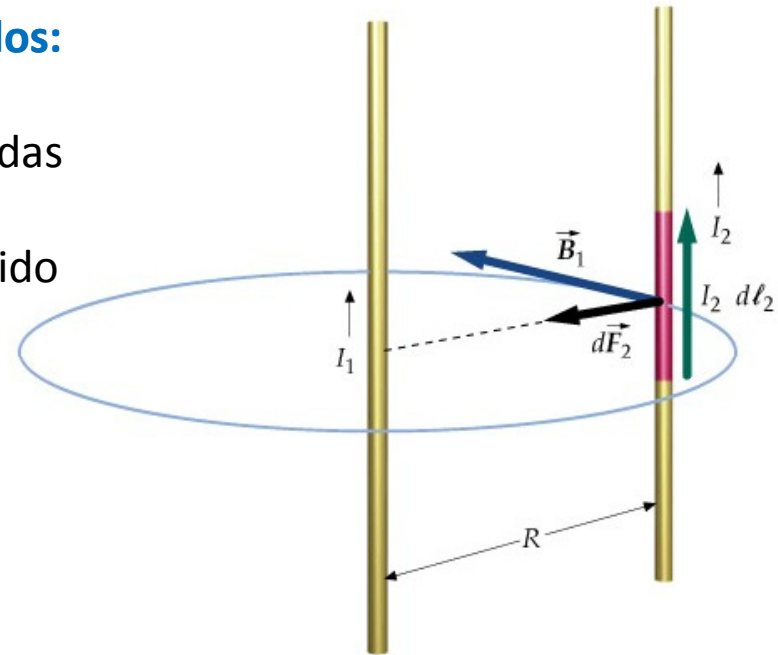


Figura 7.15: Dos conductores rectilíneos largos portadores de corrientes paralelas. El campo magnético $\mathcal{B}_1$ debido a la corriente I_1 es perpendicular a la corriente I_2 . La fuerza que actúa sobre la corriente I_2 está dirigida hacia la corriente I_1 . Existe una fuerza igual y opuesta ejercida por la corriente I_2 sobre I_1 . Las corrientes, por tanto, se atraen mutuamente.

7.2 La ley de Biot y Savart

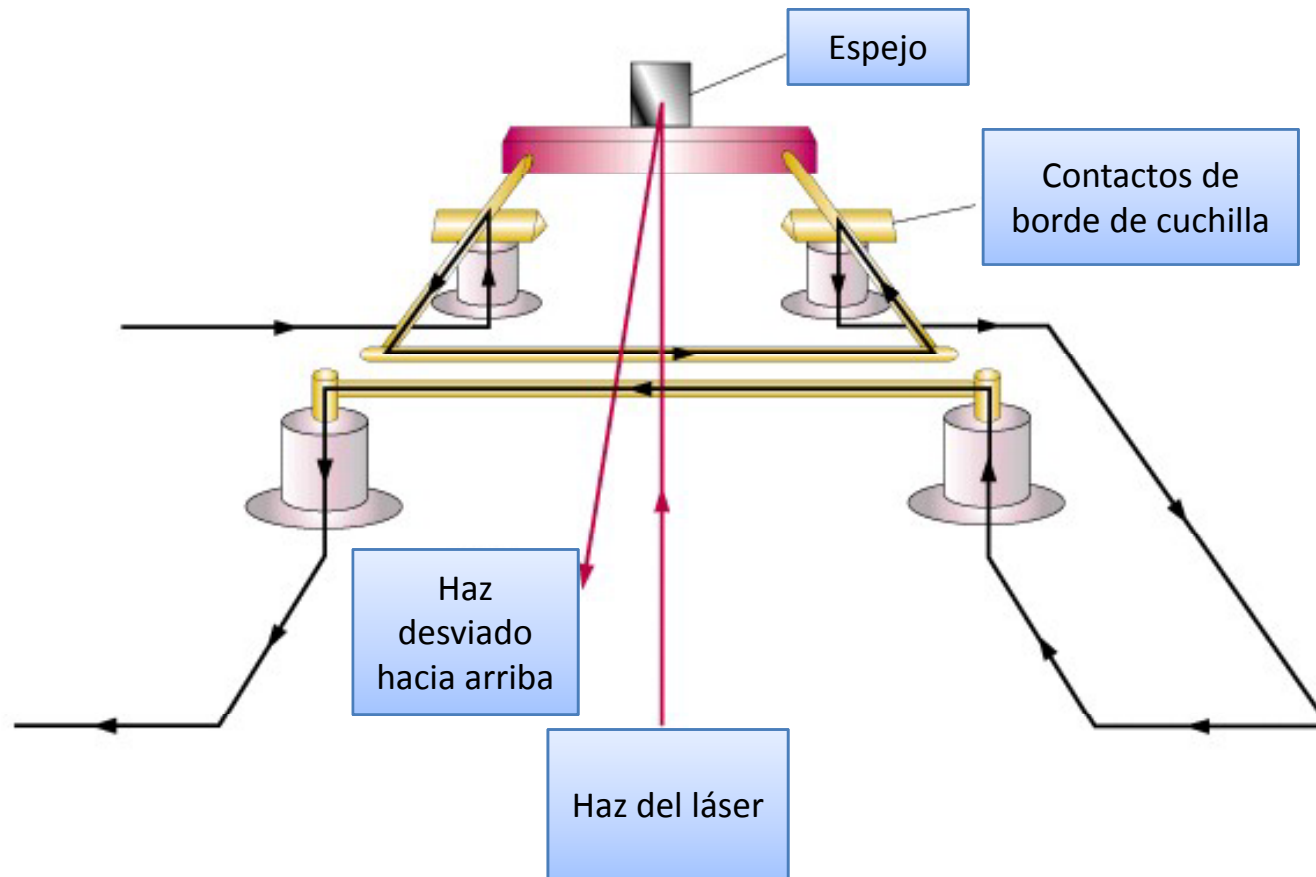


Figura 7.16: Diagrama esquemático de la balanza de torsión de corriente. Las dos barras paralelas transportan corrientes iguales y de sentido opuesto, y por lo tanto, se repelen entre sí. La fuerza de repulsión está equilibrada por pesos situados sobre la barra superior, que forma parte de un rectángulo equilibrado sobre las aristas de una cuchilla. El espejo de la parte superior del aparato se utiliza para reflejar un haz de láser a fin de determinar exactamente la posición de la barra superior.

7.3 La ley de Gauss para el magnetismo

Las líneas de campo magnético son cerradas. Esto implica que el flujo neto del campo magnético a través de cualquier superficie cerrada es igual a cero:

$$\phi_{m,neto} = \oint_S B_n dA = 0$$

[La ley de Gauss para el magnetismo]

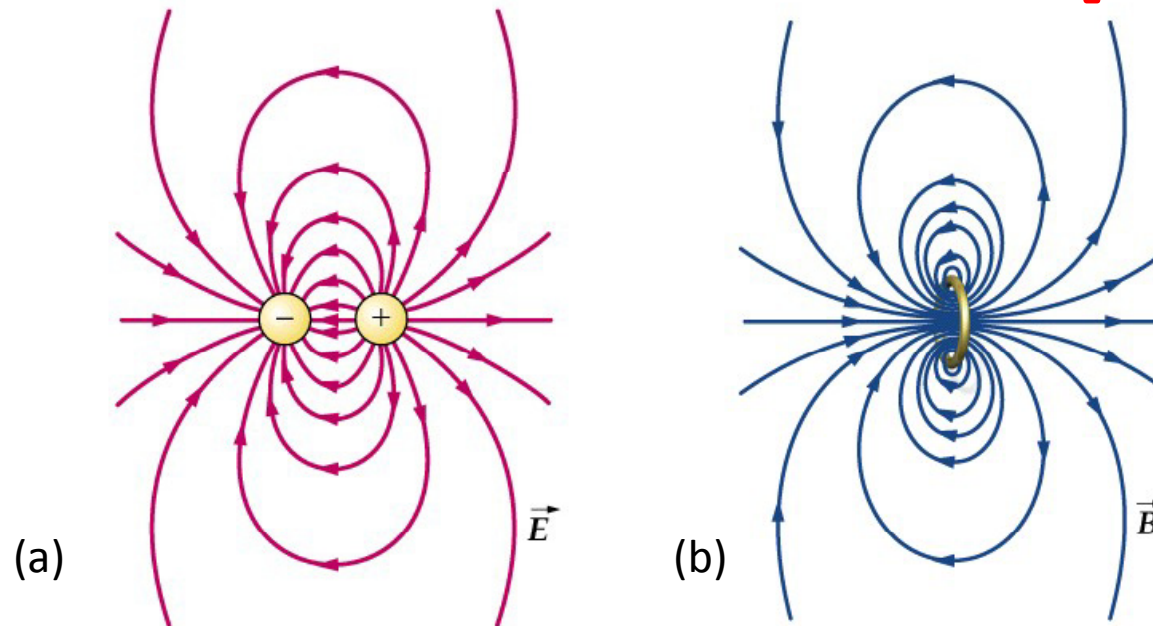


Figura 7.17: (a) Líneas de campo eléctrico de un dipolo eléctrico. (b) Líneas de campo magnético de un dipolo magnético. Lejos de los dipolos, las líneas de campo son idénticas. En la región entre las cargas en (a) el campo eléctrico es de signo opuesto al momento del dipolo, mientras que dentro de la espira en (b), el campo magnético es paralelo al momento del dipolo.

7.4 La ley de Ampère

✚ La ley de Ampère relaciona la integral de línea de la componente tangencial B_t alrededor de una curva cerrada C con la corriente I_C que atraviesa la superficie limitada por dicha curva:

$$\oint_C B_t dl = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_C$$

[La ley de Ampère]

El sentido positivo para el camino de integración viene dado por la dirección de la corriente I_C de acuerdo con la regla de la mano derecha mostrada en la figura 7.18.

La ley de Ampère se cumple para cualquier curva siempre y cuando las corrientes sean estacionarias y continuas.

✚ Aplicación simple: campo creado por un conductor rectilíneo:

$$\oint_C B_t dl = B_t \oint_C dl \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

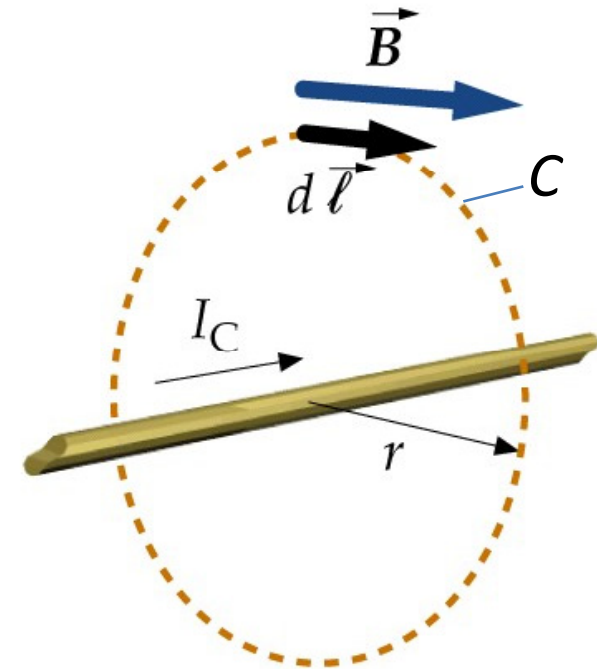


Figura 7.18: El sentido positivo para la curva cerrada C a la que se aplica la ley de Ampère integral es aquel que queda fijado por la regla de la mano derecha con el dedo pulgar indicando el sentido de la corriente que atraviesa la superficie encerrada por dicha curva.

7.4 La ley de Ampère

Ejemplo 7.5: Un alambre largo y recto de radio R transporta una corriente I uniformemente distribuida en toda el área transversal del conductor (ver figura 7.19). Usar la ley de Ampère para determinar el campo magnético dentro y fuera del alambre.

Solución:

$$B = \begin{cases} \frac{\mu_0}{2\pi R^2} Ir, & r \leq R \\ \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}, & r \geq R \end{cases}$$

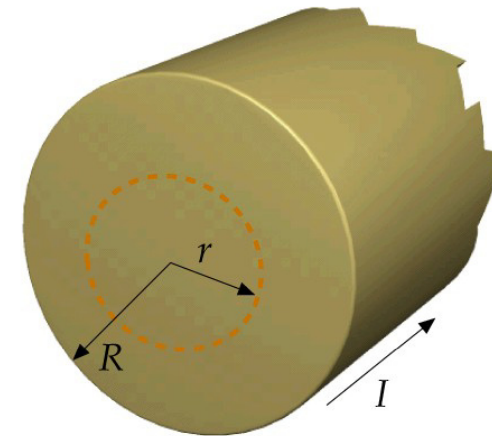


Figura 7.19

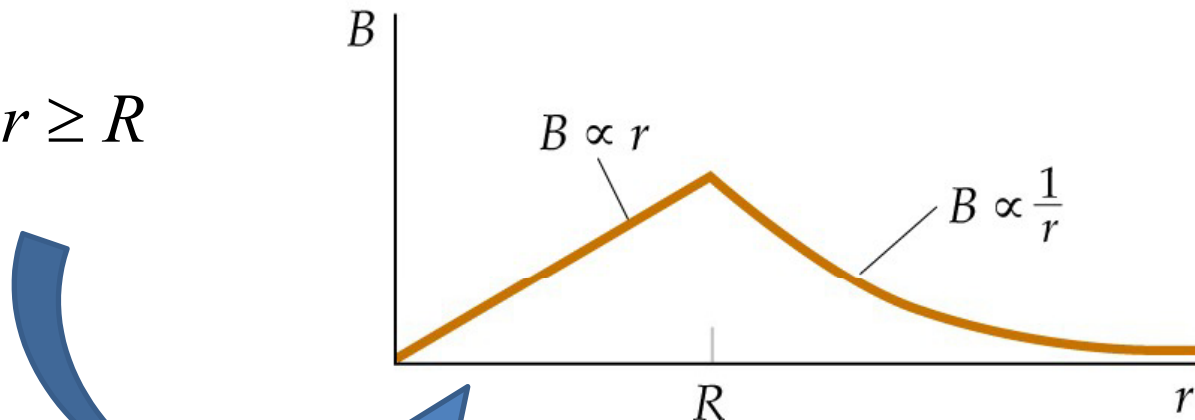


Figura 7.20

7.4 La ley de Ampère

✚ Campo magnético creado por un toroide:

Un toroide está formado por N espiras de conductor enrolladas alrededor de una figura en forma de donut como indica la figura 7.21. Para calcular B , aplicaremos la ley de Ampère a una circunferencia de radio r centrada en el centro del toroide. Por simetría, $\mathbf{B}$ es tangente a este círculo y constante en módulo en todos los puntos de la circunferencia. Por tanto,

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2\pi r = \mu_0 I_C \Rightarrow B = \begin{cases} \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}, & a < r < b \\ 0, & r < a \text{ o } r > b \end{cases}$$

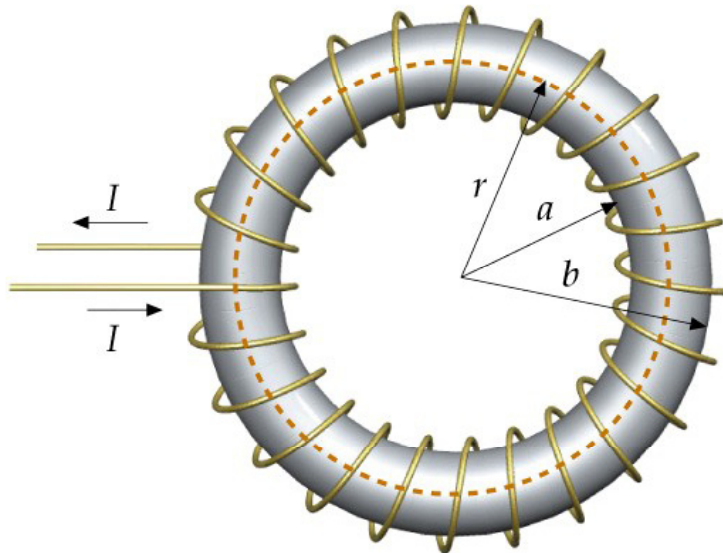


Figura 7.21: Un toroide está formada por espiras de alambre enrolladas alrededor de una figura en forma de neumático. El campo magnético a cualquier distancia r puede determinarse aplicando la ley de Ampère al círculo de radio r .

7.5 El magnetismo en la materia

✚ **Imanación y susceptibilidad magnética:** Cuando un material se sitúa en un campo magnético intenso, los momentos dipolares magnéticos tienden a alinearse dentro del material, el cual se imana. Un material que sufre este proceso se describe por su **imanación** $\vec{M}$, definida como el momento dipolar neto por unidad de volumen:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{\mu}}{dV}$$

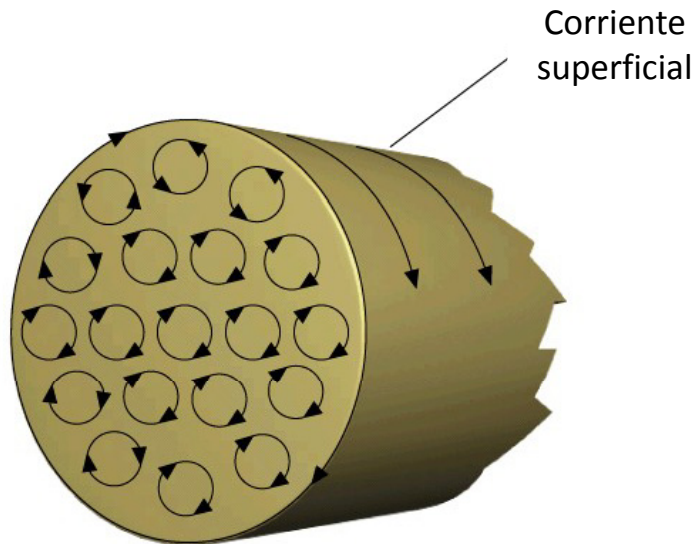


Figura 7.22: Modelo de espiras de corriente atómicas en el cual todos los dipolos atómicos son paralelos al eje del cilindro. La corriente neta en cualquier punto dentro del material es cero debido a la cancelación de los átomos vecinos. El resultado es una corriente superficial semejante a la de una solenoide.

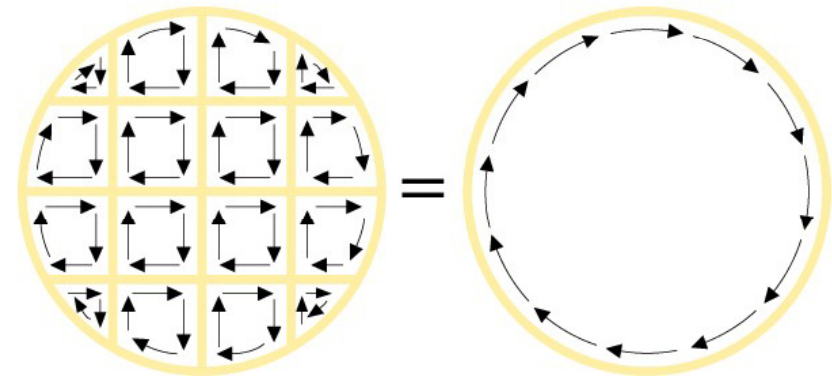


Figura 7.23: Las corrientes en las espiras adyacentes en el interior de una material uniformemente imanado se cancelan permaneciendo sólo una corriente superficial.

7.5 El magnetismo en la materia

La imanación $\mathbf{M}$ viene dada por la corriente superficial por unidad de longitud:

$$M = \frac{d\mu}{dV} = \frac{A di}{A dl} = \frac{di}{dl}$$

Sea un cilindro de imanación uniforme paralela a su eje. El campo magnético inducido por la imanación dentro del cilindro viene para dado por:

$$B_m = \mu_0 M$$

Si situamos un cilindro de material magnético dentro de un campo magnético, el campo total dentro del cilindro será:

$$\vec{B} = \vec{B}_{ap} + \mu_0 \vec{M}$$

En los materiales paramagnéticos y diamagnéticos: $\vec{M} = \chi_m \frac{\vec{B}_{ap}}{\mu_0}$ (χ_m = **susceptibilidad magnética**)

$$\vec{B} = \vec{B}_{ap} + \mu_0 \vec{M} = B_{ap} (1 + \chi_m) = K_m \vec{B}_{ap} \quad (K_m = 1 + \chi_m = \text{permeabilidad relativa})$$

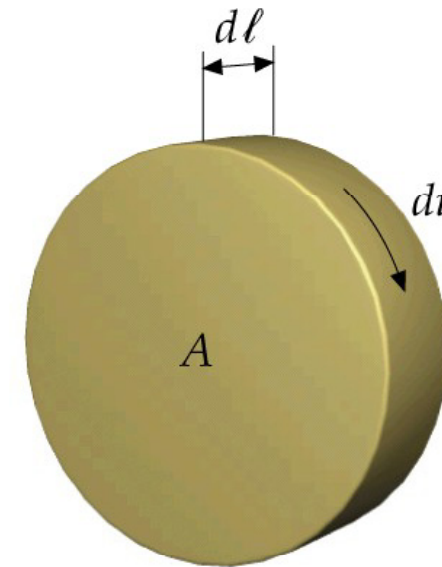


Figura 7.24: Disco elemental para el estudio de la relación entre la imanación $\mathcal{M}$ y la corriente superficial por unidad de longitud.

7.5 El magnetismo en la materia

✚ **Momentos magnéticos atómicos:** Clásicamente el momento magnético orbital de un electrón en un átomo está relacionado con el momento angular $L = mvr$ (ver figura 7.25):

$$\vec{\mu} = \frac{q}{2m} \vec{L}$$

Cuánticamente hay dos contribuciones al momento magnético del electrón. La contribución orbital es:

$$\vec{\mu}_l = -\frac{e\hbar}{2m_e} \frac{\vec{L}}{\hbar} = -\mu_B \frac{\vec{L}}{\hbar}$$

y la contribución debido a su spin es:

$$\vec{\mu}_s = -2 \times \frac{e\hbar}{2m_e} \frac{\vec{S}}{\hbar} = -2\mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar}$$

donde μ_B es el magnetón de Bohr:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2 = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} = 5.79 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$$

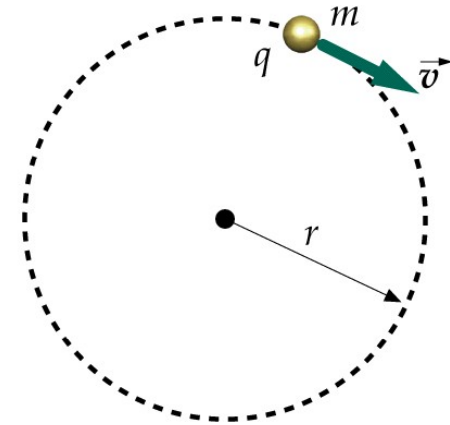


Figura 7.25: Partícula de carga q y masa m moviéndose en un círculo de radio r . El momento angular está dirigido hacia el papel y su magnitud es mvr ; el momento magnético está dirigido hacia el papel (si q es positivo) y su magnitud es $qvr/2$.

7.5 El magnetismo en la materia

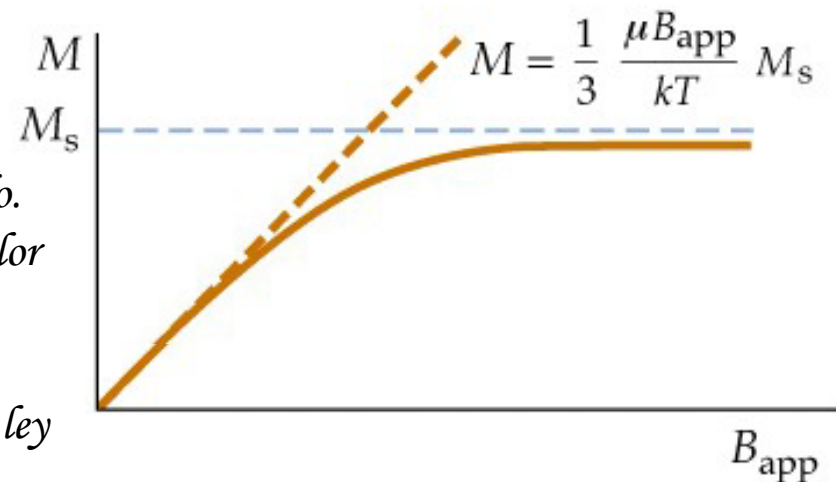
✚ **Paramagnetismo:** El para magnetismo se presenta en materiales cuyos átomos tienen momentos magnéticos permanentes que interactúan entre sí sólo débilmente, dando lugar a una susceptibilidad magnética positiva y muy pequeña. Cuando no existe ningún campo magnético externo, estos momentos magnéticos están orientados al azar. En presencia de un campo magnético externo tienden a alinearse paralelamente al campo, pero esta alineación está contrarrestada por la tendencia que tienen los momentos magnéticos a orientarse aleatoriamente debido a la agitación térmica.

En campos débiles, la imanación es aproximadamente proporcional al campo aplicado:

$$M = \frac{1}{3} \frac{\mu B_{ap}}{k_B T} M_s$$

[La ley de Curie]

Figura 7.26: Imanación M en función del campo aplicado. En campos muy intensos, la imanación se aproxima al valor de saturación M_s . Este valor sólo se alcanza a bajas temperaturas. En campos débiles, la imanación es proporcional al campo aplicado, resultado conocido como ley de Curie.



7.5 El magnetismo en la materia

Ferromagnetismo: El ferromagnetismo se presenta en materiales como el hierro, el cobalto o el níquel. Los materiales ferromagnéticos tienen valores positivos muy grandes de la susceptibilidad magnética. En estas sustancias un campo magnético externo pequeño puede producir un alto grado de alineación de los momentos magnéticos atómicos, que en algunos casos, puede persistir incluso aunque no exista campo imanante externo.

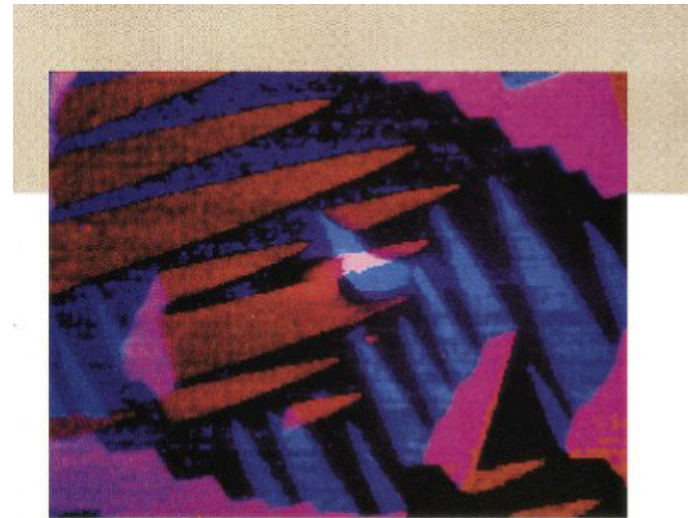
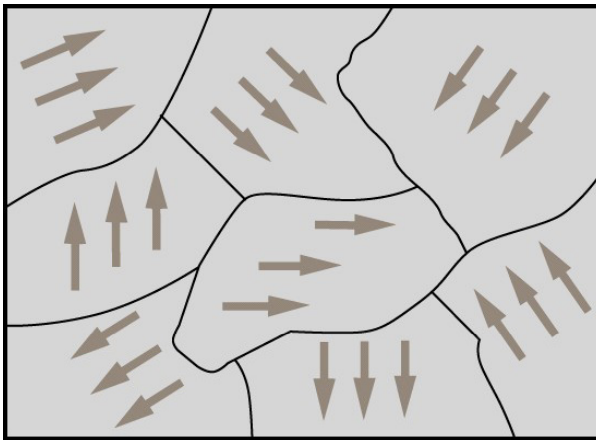


Figura 7.27: (a) Ilustración esquemática de los dominios ferromagnéticos. Dentro de un dominio los dipolos están alineados, pero la dirección de alineamiento varía de un dominio a otro, de modo que el momento magnético neto es nulo. Un pequeño campo magnético externo puede causar el ensanchamiento de los dominios o producirla rotación de la dirección de alineamiento dentro de un dominio. (b) Dominios magnéticos sobre la superficie de un cristal de Fe-3%Si observado mediante un microscopio electrónico de barrido con análisis de polarización. Los cuatro colores indican cuatro posibles orientaciones de los dominios.

7.5 El magnetismo en la materia

Ciclo de histéresis de un material ferromagnético:

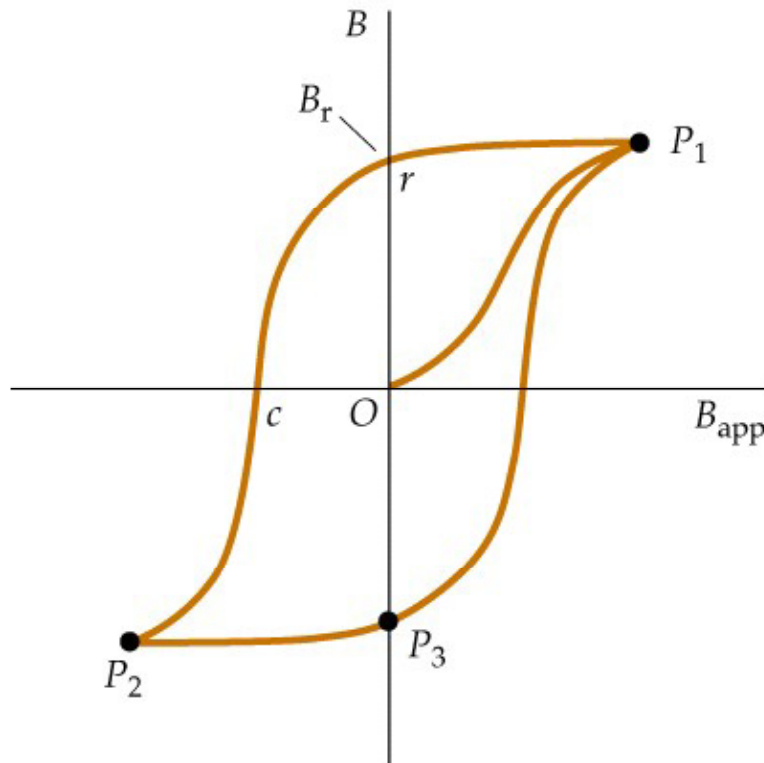


Figura 7.28: Representación gráfica de B en función del campo aplicado B_{ap} . La curva exterior se denomina ciclo de histéresis. El campo B_r es el campo remanente, el cual permanece cuando el campo aplicado retorna a cero.

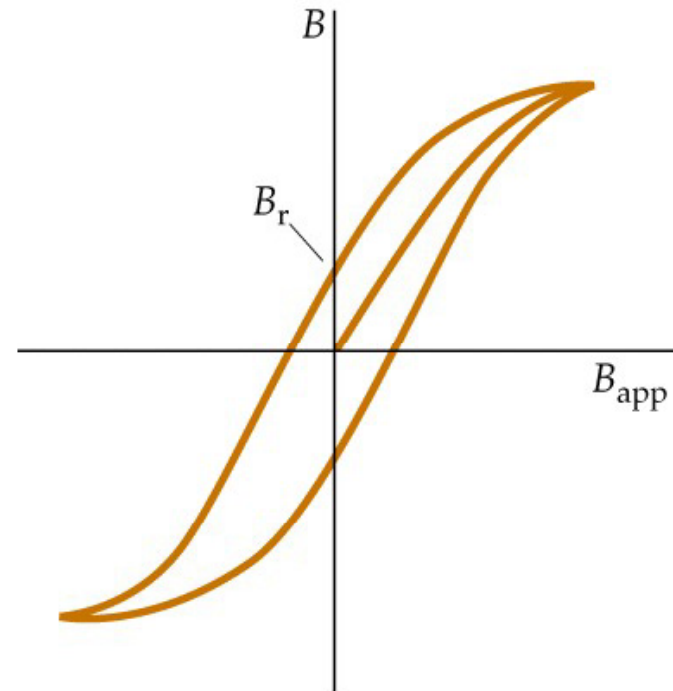


Figura 7.29: Ciclo de histéresis de un material magnéticamente blando. El campo remanente es muy pequeño comparado con el de un material magnéticamente duro, tal como el de la figura 7.28.

7.5 El magnetismo en la materia

✚ **Diamagnetismo:** Los materiales diamagnéticos son aquellos que tienen valores negativos de la susceptibilidad magnética. El diamagnetismo fue descubierto por Michael Faraday en 1845 cuando descubrió que un trozo de bismuto era repelido por un polo cualquiera de un imán: lo que indica que el campo externo del imán induce un dipolo magnético en el bismuto de sentido opuesto al campo. Este efecto se explica cualitativamente con la ayuda de la figura 7.30.

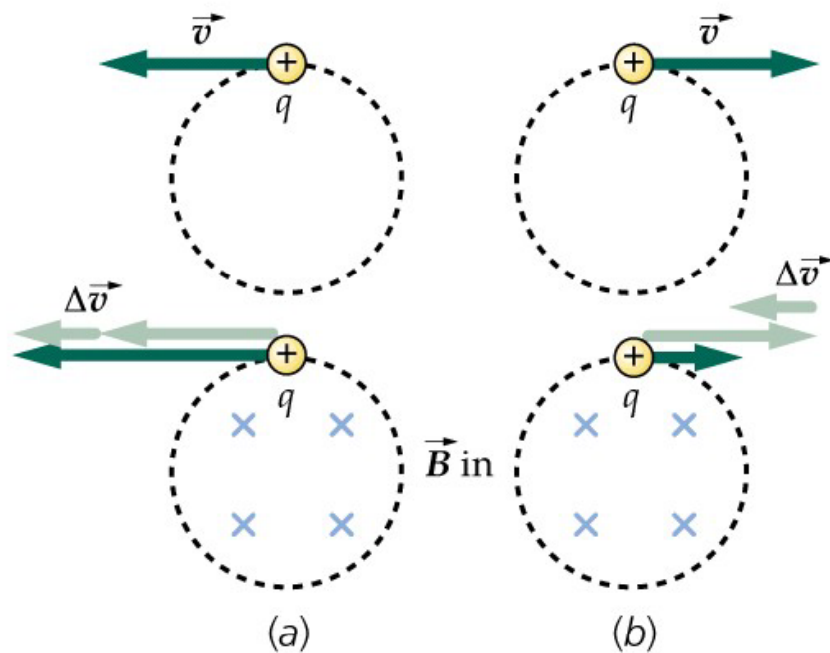


Figura 7.30: (a) Carga positiva que se mueve circularmente en sentido contrario al de las agujas del reloj con un momento magnético dirigido hacia el lector. Al aplicar un campo magnético externo, dirigido hacia el papel, la fuerza magnética incrementa la fuerza centrípeta y, por tanto, la velocidad de la partícula debe aumentar. La variación positiva del momento magnético es hacia fuera. (b) Carga positiva moviéndose en sentido horario en un círculo con su momento magnético hacia el papel. Al aplicar un campo magnético externo hacia el papel la fuerza magnética disminuye la fuerza centrípeta y la velocidad de la partícula disminuye. Como en el caso (a), el cambio en el momento magnético es hacia fuera.