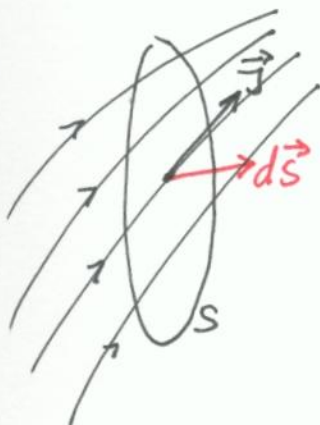


3- ELECTROKINETICA

3.1 - MAGNITUDES RELEVANTES



I) DENSIDAD DE CORRIENTE (3D, 2D)

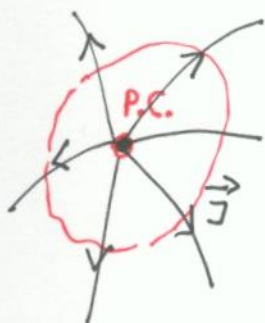
$\vec{J}(\vec{r}, t) \left(\frac{Q}{S \cdot t} \right)$ CARGA POR U. DE T QUE ATRAVIEJA LA UNIDAD DE SUPERFICIE (3D)

$\vec{K}(\vec{r}, t) \left(\frac{Q}{L \cdot t} \right)$ CARGA POR U. DE T QUE ATRAVIEJA LA UNIDAD DE LONGITUD TRANSVERSAL AL FLUJO (2D)

II) FLUJO DE $\vec{J}$: INTENSIDAD

$$\iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = I \text{ (A)}$$

$$\int_L \vec{K} \cdot d\vec{l} = I \text{ (A)}$$

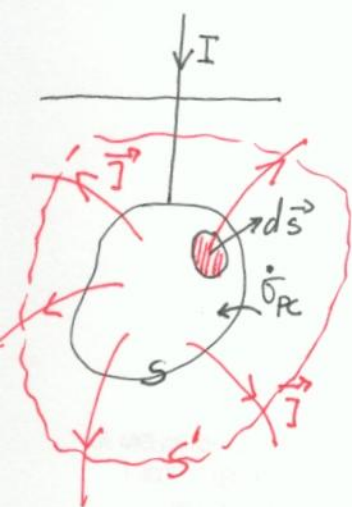


III) INTERPRETACION MICROSCOPICA DE $\vec{J}$

$$\vec{J} = n \cdot q \cdot \vec{v} \quad \left\{ \begin{array}{l} n \equiv \text{n}^\circ \text{ de portadores por u. de vol.} \\ q \equiv \text{Carga de cada portador} \\ \vec{v} \equiv \text{velocidad media de los portadores} \end{array} \right.$$

IV) PUNTO DE CORRIENTE P.C.

PUNTO DEL ESPACIO POR DONDE SALE O ENTRA UNA CANTIDAD DE INTENSIDAD DE CORRIENTE. ES UNA FUENTE O SUMIDERO DEL VECTOR $\vec{J}$ (SIMILAR A q PARA EL CAMPO ELECTRICO $\vec{E}$)



V) DISTRIBUCIONES DE PUNTOS DE CORRIENTE

$$\vec{\rho}_{PC} \equiv \frac{N^\circ \text{ DE P.C.} \times \text{INTENSIDAD APORTADA}}{\text{VOLUMEN}} \quad (\text{densidad de P.C.})$$

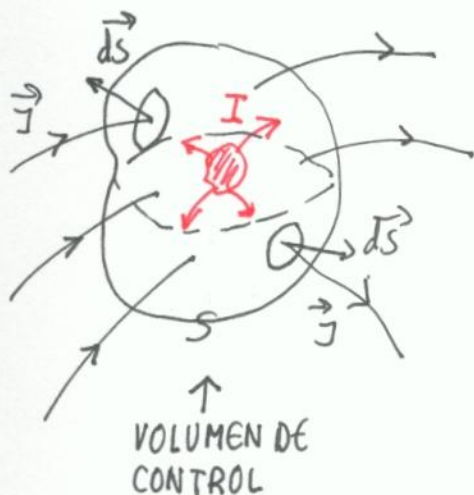
$$\vec{\sigma}_{PC} \equiv \frac{N^\circ \text{ DE P.C.} \times \text{INTENSIDAD APORTADA}}{\text{SUPERFICIE}} \quad "$$

$$\vec{\lambda}_{PC} \equiv \frac{N^\circ \text{ DE P.C.} \times \text{INTENSIDAD APORTADA}}{\text{LONGITUD}} \quad "$$

$$I = \oint_S \vec{\sigma}_{PC} \cdot d\vec{S}$$

$$I = \oint_{S'} \vec{J} \cdot d\vec{S}'$$

3.2 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD



$$\oiint_S \vec{J} d\vec{S} = -\frac{dQ}{dt} + I$$

$\equiv$ CORRIENTE NETA QUE ESCAPA A TRAVÉS DE S

DISMINUCIÓN DE LA CARGA NETA EN VOL. EN AUSENCIA DE FUENTES O SUMIDORES INTERNOS DE CORRIENTE

APORTACION EXTRA DE CORRIENTE DEBIDA A FUENTES INTERNAS

EN FORMA DIFERENCIAL...

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} + \dot{\rho}_{pc}$$

N: CORRIENTE ESTACIONARIA SIN FUENTES INTERNAS

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \Rightarrow \text{LA CORRIENTE ENTRANTE} = \text{CORRIENTE SALIENTE}$$

3.3 LEY DE OHM

LA CAUSA DEL MOVIMIENTO DE PORTADORES ES LA PRESENCIA DE UN CAMPO ELÉCTRICO (O ELECTROMOTOR) QUE PRODUCE UNA FUERZA $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, NO IMPORTA CUAL SEA LA NATURALEZA DE $\vec{E}$

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$$

$\sigma \equiv$ CONDUCTIVIDAD DEL MEDIO MATERIAL

N: 1) VALIDA PARA MEDIOS LINEALES

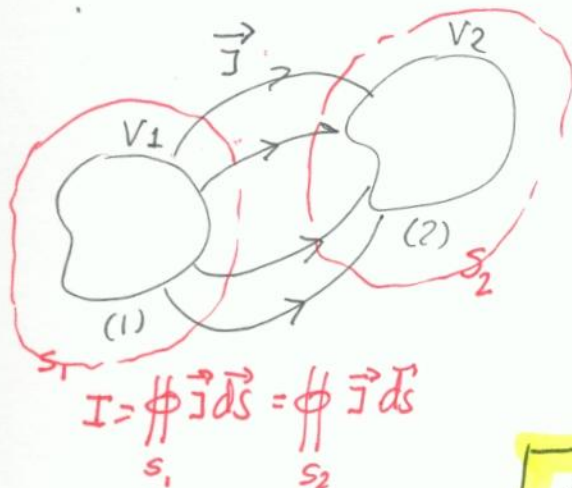
2) σ ES HABITUALMENTE UN ESCALAR, PERO PUEDE SER MATRIZ

3) $\vec{E}$ PUEDE SER CREADO POR CONDUCTORES CARGADOS A DISTINTO POTENCIAL $\Rightarrow$ ELECTRODOS.

4) $\vec{J}$ PUEDE CALCULARSE IGUAL QUE $\vec{E}$ MEDIANTE EL T. DE GAUSS

3.4. RESISTENCIA OHMICA ENTRE DOS ELECTRODOS

DOS ELECTRODOS A POTENCIALES V_1 y V_2 , SUPONEMOS QUE TODA LA CORRIENTE QUE SALE DE (1) ES ABSORBIDA POR (2)



$$V_1 - V_2 = I \cdot R_{12}$$

$$\int_1^2 \vec{E} d\vec{r} = \int_1^2 \frac{\vec{J}}{\sigma} d\vec{r}$$

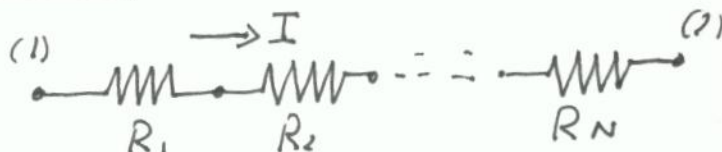
$R_{12} \equiv$ RESISTENCIA OHMICA DEL MEDIO MATERIAL CONDUCTOR ENTRE LOS DOS ELECTRODOS

$$R_{12} = \frac{1}{I} \int_1^2 \frac{\vec{J}}{\sigma} d\vec{r}$$

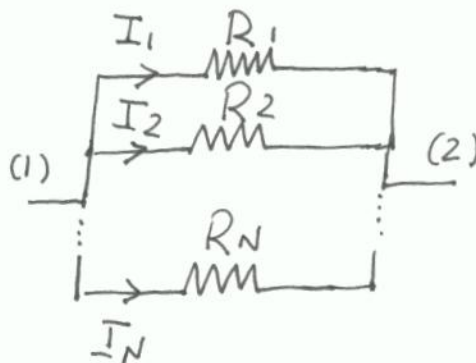
N: EN MUCHAS SITUACIONES PRACTICAS $V_2 \equiv V_{\infty}$ CON LO QUE R REPRESENTA LA RESISTENCIA DEL "ELECTRODO" EN EL MEDIO CONDUCTOR. $R_{1\infty}$

3.5. ASOCIACION DE RESISTENCIAS

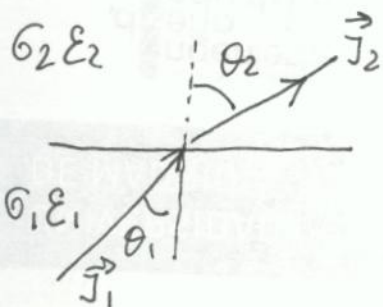
SERIE: $R_T = \sum_i R_i$



PARALELO: $\frac{1}{R_T} = \sum_i \frac{1}{R_i}$



CONDICIONES DE FRONTERA PARA $\vec{J}$

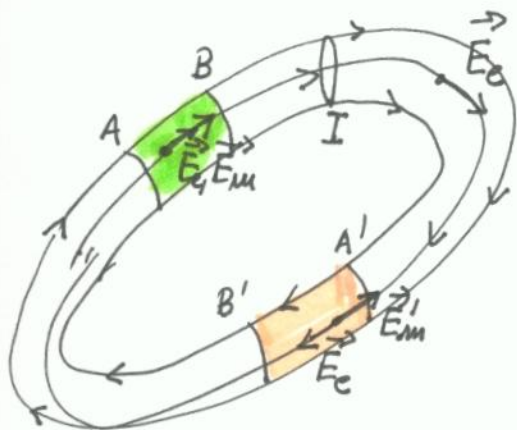


$$J_{1n} = J_{2n}$$

$$\frac{J_{1t}}{J_{2t}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

3.6 CIRCUITO ELÉCTRICO: FUERZA ELECTROMOTRIZ Y CONTRA-ELECTROMOTRIZ.

CIRCUITO ELÉCTRICO: CAMINO CERRADO RECORRIDO POR LA CORRIENTE ELECTRICA EN UN MEDIO CONDUCTOR



$$\vec{E}_T = \vec{E}_e + \vec{E}_m + \vec{E}'_m$$

$$\vec{E}_e \equiv \text{campo eléctrico} \quad \vec{E}_e = -\vec{\nabla} V$$

$$\vec{E}_m \equiv \text{campo electromotor} \quad \int_{A'}^B \vec{E}_m d\vec{r} = \mathcal{E}_{AB} \quad \text{fem}$$

$$\vec{E}'_m \equiv \text{campo contraelectrom.} \quad \int_{A'}^{B'} \vec{E}'_m d\vec{r} = -\mathcal{E}_{A'B'} \quad \text{f.cem}$$

$$\oint \vec{E}_T d\vec{r} = \oint \vec{E}_e d\vec{r} + \oint \vec{E}_m d\vec{r} + \oint \vec{E}'_m d\vec{r} = \underbrace{\int_A^B \vec{E}_m d\vec{r}}_{\mathcal{E}_{AB}} + \underbrace{\int_{A'}^{B'} \vec{E}'_m d\vec{r}}_{-\mathcal{E}_{A'B'}}$$

$\mathcal{E}_{AB}$ $\equiv$ energía por u de carga aportada
 $\mathcal{E}_{A'B'}$ $\equiv$ energía por u de carga gastada

PERO $\vec{E}_T$ ES LO QUE HACE MOVER LAS CARGAS

$$\vec{E}_T = \frac{\vec{J}}{\sigma} \Rightarrow \oint \vec{E}_T d\vec{r} = \oint \frac{\vec{J}}{\sigma} d\vec{r} = I \cdot R_T$$

POR TANTO LA LEY DE OHM PARA EL CIRCUITO ES

$$I \cdot R_T = \mathcal{E}_{AB} - \mathcal{E}_{A'B'}$$

$R_T \equiv$ SUMA DE RESISTENCIAS EN TODO EL CIRCUITO

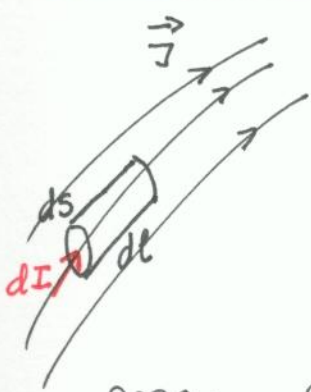
LEY DE OHM PARA UN GENERADOR

$$\int_A^B \vec{E}_T d\vec{r} = \int_A^B \frac{\vec{J}}{\sigma} d\vec{r} = I \cdot R_{AB}$$

$$I R_{AB} = V_A - V_B + \mathcal{E}_{AB}$$

$$\int_A^B \vec{E}_T d\vec{r} = \int_A^B \vec{E}_e d\vec{r} + \int_A^B \vec{E}_m d\vec{r} = V_A - V_B + \mathcal{E}_{AB}$$

3.7. BALANCE ENERGÉTICO EN UN CIRCUITO



$$dW = dq \cdot \mathcal{E}_{AB} \Rightarrow \mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = \frac{dq}{dt} \cdot \mathcal{E}_{AB} = I \mathcal{E}_{AB}$$

POTENCIA APORTADA
POR LA fem (BATERIA)

PERO: $\mathcal{E}_{AB} = \mathcal{E}_{A'B'} + I \cdot R_T \Rightarrow$

$$I \mathcal{E}_{AB} = I^2 \mathcal{E}_{A'B'} + I^2 R_T$$

POTENCIA APORTADA
POR LAS BATERIAS

POTENCIA GASTADA
EN LOS DISPOSITIVOS
CONTRA-EM

POTENCIA GASTADA
POR EFECTO
JOULE

CAMPO ESPACIAL DE CORRIENTES

LA POTENCIA JOULE GASTADA EN UN CAMPO ESPACIAL DE CORRIENTES

$$d\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = dI^2 \cdot R = \underset{\substack{\uparrow \\ dI = J \cdot ds}}{J^2 \cdot ds^2 \cdot \rho \cdot \frac{dl}{ds}} = J^2 \cdot \rho \cdot ds dl = J^2 \rho \cdot dvol.$$

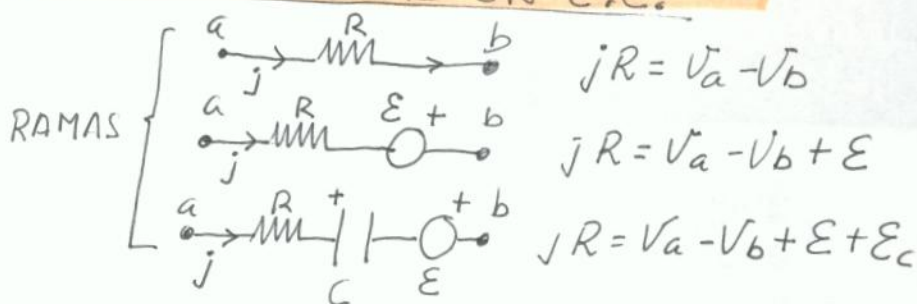
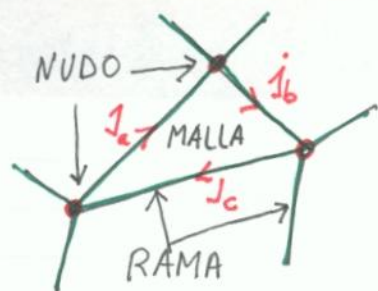
$$dI = J \cdot ds$$

POR TANTO

$$\frac{d\mathcal{P}}{dvol} = J^2 \cdot \rho = \vec{J} \cdot \vec{E} \Rightarrow$$

$$\mathcal{P} = \iiint_{vol.} \vec{J} \cdot \vec{E} \cdot dvol$$

3.8 ANALISIS DE REDES ELECTRICAS EN C.C.



EN C.C. UN CONDENSADOR SE COMPORTA COMO UNA f_{cem} YA QUE ACUMULA ENERGIA (GASTA ENERGIA APORTADA AL CIRCUITO)

$$e_c = -\frac{q(t)}{C} = -\frac{1}{C} \left(q(0) + \int_0^t j(t) \cdot dt \right)$$

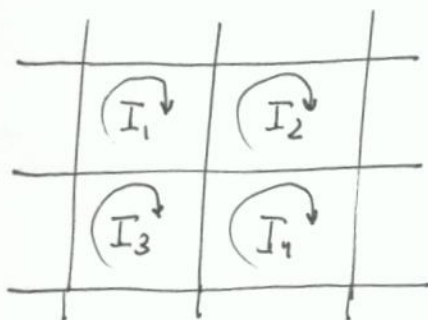
PARA EL ANALISIS DE CIRCUITOS CON CONDENSADORES MAY QUE TENER EN CUENTA QUE CON EL PASO DEL TIEMPO, EL CONDENSADOR COMPLETAMENTE CARGADO BLOQUEA EL PASO DE CORRIENTE

ANALISIS DE REDES : LEYES DE KIRCHOFF

- I) EN CUALQUIER NUDO $\sum I_i = 0$ (SUMA ALGEBRAICA)
- II) LA SUMA DE CAIDAS DE POTENCIAL EN CUALQUIER CONTORNO CERRADO ES CERO

$$\sum_L V_L = 0 \quad (\text{SUMA A LAS RAMAS})$$

METODO DE LAS MALLAS :



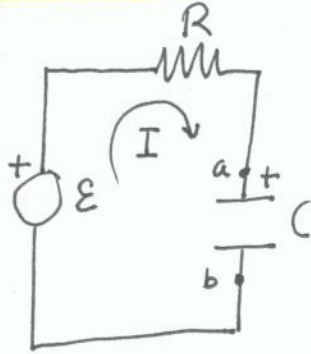
$$I_j \underbrace{\sum_k R_{jk}}_{\text{RESISTENCIA TOTAL DE LA MALLA } j} - \underbrace{\sum_l I_l R_{jl}}_{\text{RAMAS COMUNES A LA MALLA } j} = \underbrace{\sum_j (\epsilon_j - \epsilon'_j)}_{\substack{\downarrow f_{em} \quad \downarrow f_{cem}}}$$

(UNA ECUACION DE MALLA PARA CADA UNA)

N: ϵ_i ES ELECTROMOTRIZ SI LA CORRIENTE LA ATRAVIESA DE - A +
 ϵ'_i ES CONTRA-ELECTROMOTRIZ SI LA CORRIENTE VA DE + A -

APLICACION : CARGA Y DESCARGA DE UN CONDENSADOR

I) CARGA : CONDENSADOR DESCARGADO INICIALMENTE $q(0)=0$



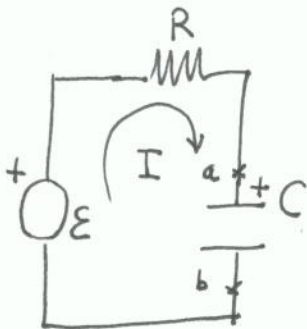
$$\begin{cases} I \cdot R = \varepsilon - \frac{1}{C} \int_0^t I dt \\ I(0) = \frac{\varepsilon}{R} \end{cases}$$

$$V_{ab} = -\varepsilon_c = V_{ab}(0) + \frac{1}{C} \int_0^t I dt$$

$$R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0 \Rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC} dt \Rightarrow \ln \frac{I(t)}{I(0)} = -\frac{t}{RC}$$

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

II) DESCARGA : CONDENSADOR CARGADO $q(0)=q_0$



$$\begin{cases} I \cdot R = -\frac{1}{C} \int_0^t I dt - \frac{q_0}{C} + \varepsilon \\ I(0) = \frac{\varepsilon \mp V_0}{R} \end{cases}$$

$$V_{ab}(0) = \pm V_0$$

$$I(t) = \frac{\varepsilon \mp V_0}{R} e^{-t/RC}$$

