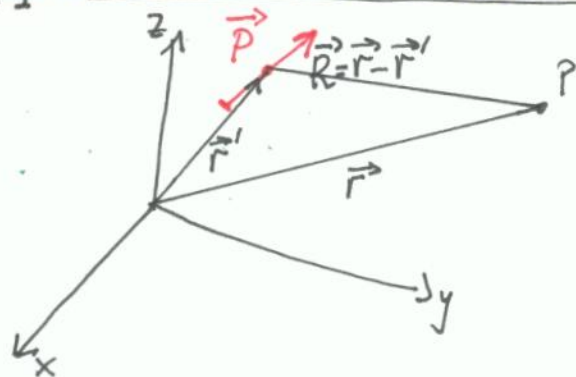


2. ELECTROSTÁTICA EN MEDIOS MATERIALES

MATERIA $\begin{cases} \text{CONDUCTORES} \rightarrow (\text{CARGAS LIBRES}) \\ \text{DIELECTRICOS (AISLANTES)} \rightarrow (\text{CARGAS LIGADAS}) \end{cases}$

2.1 REPASO SOBRE DIPOLO ELÉCTRICO



$$V(\vec{r}) = \frac{k \vec{P} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{k}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (3(\vec{P} \cdot \vec{u}_R) \vec{u}_R - \vec{P})$$

CON $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ y $\vec{u}_R = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$

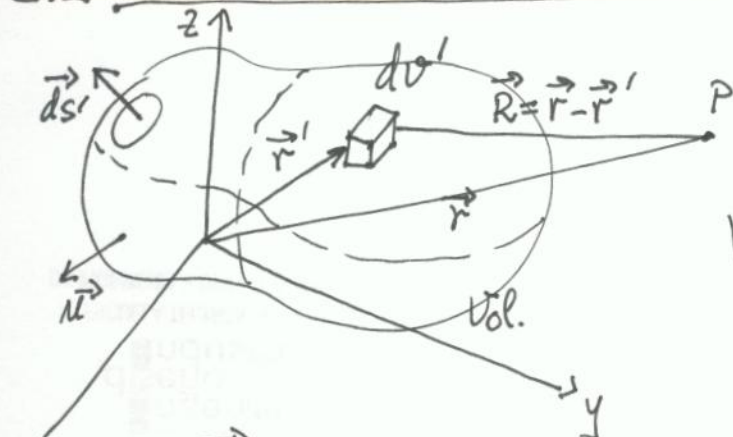
COMPORTAMIENTO DE UN DIPOLO ELÉCTRICO EN UN CAMPO $\vec{E}$ EXTERNO

a) FUERZA SOBRE EL DIPOLO $\vec{F} = (\vec{P} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{E}$

b) MOMENTO $\vec{M}_c = \vec{P} \times \vec{E}$ (TIENDE A $\vec{P} \parallel \vec{E}$)

c) ENERGÍA POTENCIAL $U = -\vec{P} \cdot \vec{E}$

2.2 MATERIA POLARIZADA: DISTRIBUCIONES DE DIPOLOS



$$V(P) = \int_{\text{Vol.}} \frac{k \cdot \vec{P}(dv') \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$\vec{P} \equiv$ MOMENTO DIPOLAR SUMA DE LOS MOMENTOS DE TODOS LOS DIPOLOS CONTENIDOS EN dv'

DEFINICIÓN: DENSIDAD DE MOMENTO DIPOLAR O POLARIZACIÓN DEL MATERIAL

$$\vec{P}(\vec{r}') = \frac{\vec{P}(dV')}{dV'}$$

MOMENTO DIPOLAR POR UNIDAD DE VOLUMEN.

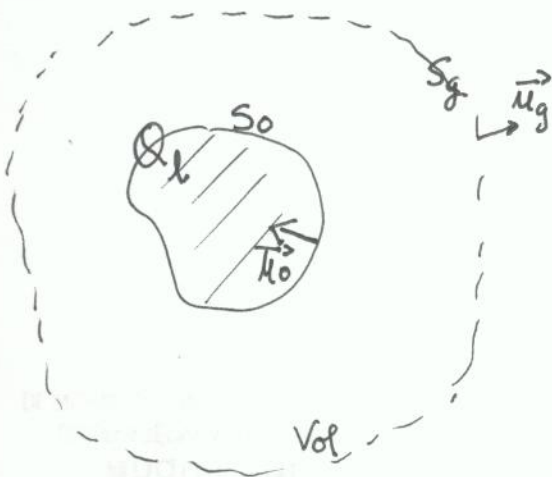
$$V(P) = \int_{Vol.} \frac{k \cdot \vec{P}(\vec{r}') \cdot (\vec{r} - \vec{r}') \cdot dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

DISTRIBUCIONES DE CARGA LIGADA EQUIVALENTE

$$V(P) = \oint_{S'} \frac{k \cdot \sigma_b \cdot ds'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \int_{Vol} \frac{k \rho_b dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0})$$

CON $\sigma_b = \vec{P} \cdot \vec{n}$ y $\rho_b = -\vec{\nabla}' \cdot \vec{P}(\vec{r}')$

2.3 LEY DE GAUSS EN MEDIOS DIELECTRICOS



$$\oint_{S_g} \vec{E} \cdot \vec{n}_g ds = \frac{Q_l + Q_p}{\epsilon_0}$$

CON $Q_p = \oint_{S_0} \sigma_p ds_0 + \int_{Vol} \rho_p dV = - \oint_{S_g} \vec{P} \cdot \vec{n}_g ds_g$

$\downarrow$ $\vec{P} \cdot \vec{n}_0$ $\downarrow$ $-\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$

$$\oint_{S_g} (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{S}_g = Q_l$$

DESPLAZAMIENTO ELÉCTRICO

$$\oint_{S_g} \vec{D} \cdot d\vec{S}_g = Q_l$$

LEY DE GAUSS EN
MEDIOS MATERIALES
(FORMA INTEGRAL)

YA QUE $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \Rightarrow \epsilon_0 \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \Rightarrow \vec{D}(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \vec{P}$

ECUACION DE
MAXWELL EN
MEDIOS MATERIALES

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_l$$

LEY DE GAUSS EN
MEDIOS MATERIALES
(FORMA DIFERENCIAL)

PROPIEDADES DEL VECTOR DESPLAZAMIENTO

- 1) $\vec{D}$ NO ES IRROTACIONAL COMO $\vec{E}$, YA QUE $\vec{\nabla} \times \vec{D} = \epsilon_0 \vec{\nabla} \times \vec{E} + \vec{\nabla} \times \vec{P}$
POR LO QUE, EN GENERAL, $\vec{\nabla} \times \vec{D} = \vec{\nabla} \times \vec{P} \neq 0$
- 2) NO ES CONSERVATIVO Y POR TANTO NO EXISTE UN "POTENCIAL",
SALVO QUE $\vec{\nabla} \times \vec{P} = 0$
- 3) DADO QUE CUALQUIER CAMPO VECTORIAL VIENE DETERMINADO O
DEFINIDO POR SU DIVERGENCIA Y SU ROTACIONAL, LAS FUENTES
DE $\vec{D}$ NO SON SOLO LAS CARGAS LIBRES, A MENOS QUE $\vec{\nabla} \times \vec{P} = 0$
- 4) EN UNA INTERFAZ CON CARGA LIBRE $D_{2n} - D_{1n} = \sigma_l$, MIENTRAS
QUE $D_{2T} - D_{1T} = P_{2T} - P_{1T}$
(RECUERDESE QUE $E_{2n} - E_{1n} = \frac{\sigma_{TOT}}{\epsilon_0}$ y $E_{2T} - E_{1T} = 0$)
LIBRE + POLARIZ.

2.4 DIELECTRICOS LINEALES

SON AQUELLOS EN LOS QUE

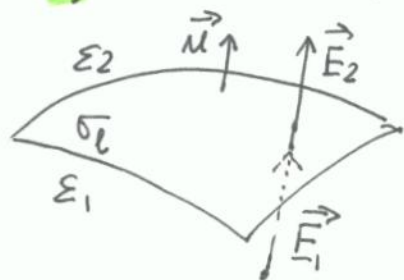
$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

PARA ESTOS DIELECTRICOS :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \underbrace{\epsilon_0 \epsilon_r}_{\epsilon} \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

N: 1) PARA DIELECTRICOS LINEALES, EN LA INTERFAZ DE SEPARACION,



$$\epsilon_2 E_{2n} - \epsilon_1 E_{1n} = \sigma_l$$

$$-\epsilon_2 \frac{\partial V_2}{\partial n} + \epsilon_1 \frac{\partial V_1}{\partial n} = \sigma_l$$

$$V_2 = V_1$$

2) AL SUSTITUIR EL DIELECTRICO (LINEAL O NO) POR SUS CARGAS DE POLARIZACION σ_b , ρ_b , LA PERMITIVIDAD A EMPLEAR ES LA DEL VACIO

2.5 ENERGIA ELECTROSTATICA EN PRESENCIA DE DIELECTRICOS

$$W = \frac{1}{2} \iiint_{\mathbb{R}^3} \vec{D} \cdot \vec{E} \cdot d\tau$$

para dielectricos lineales $W = \frac{\epsilon}{2} \iiint_{\mathbb{R}^3} \vec{E}^2 d\tau$ aunque en general.

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \iiint_{\mathbb{R}^3} \vec{E}^2 d\tau + \frac{1}{2} \iiint_{\mathbb{R}^3} \vec{P} \cdot \vec{E} d\tau$$