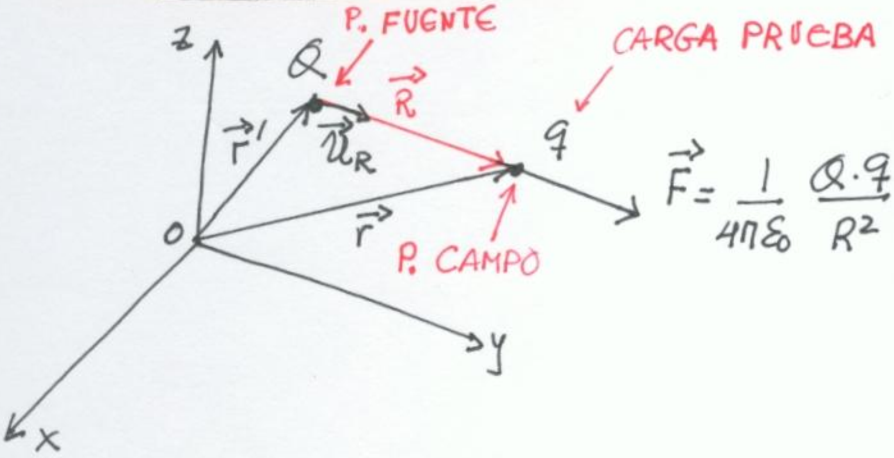
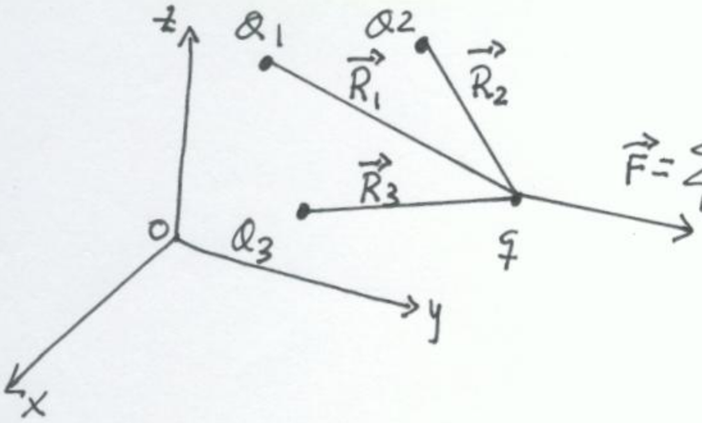
1- ELECTROSTATICA EN EL VACIÓ

1.1. LEY DE COULOMB



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q \cdot q}{R^2}\vec{u}_R$$

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN



$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q \cdot Q_i \cdot \vec{u}_{R_i}}{R_i^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{Q_i \cdot}{R_i^2}\vec{u}_{R_i}$$

LA FUERZA DE COULOMB ES CONSERVATIVA

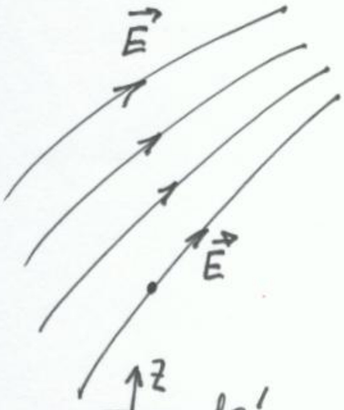
$\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ (Probar.). $\Rightarrow$ $\vec{F} = -\vec{\nabla}\,U$ ← (ENERGIA POTENCIAL ELECTRICA)

$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B -\vec{\nabla} U \, d\vec{r} = -\int_A^B dU = U(A) - U(B)$$

1.2 CAMPO ELECTRICO $\vec{E}$

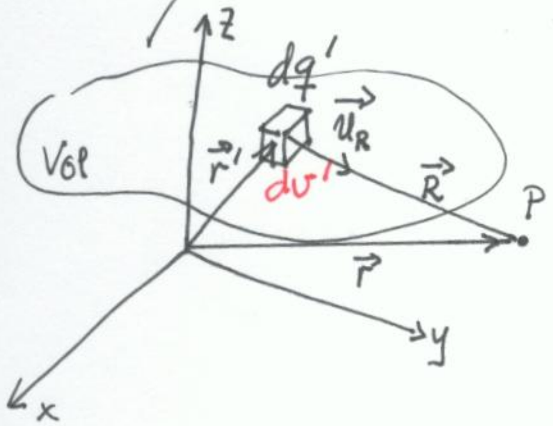
SE DEFINE COMO LA FUERZA POR UNIDAD DE CARGA PRUEBA

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^2}\vec{u}_R$$



EL CAMPO ELECTRICO CUMPLE EL PRINCIPIO DE SUPERPOS.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{Q_i}{R_i^2} \vec{u}_{R_i} \qquad \text{CARGAS PUNTUALES}$$



$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{Vol} \frac{dq'(\vec{r}')}{R^2} \vec{u}_R(\vec{r}')$$

VOLUMETRICA: $dq' = \rho(\vec{r}') \cdot dv'$

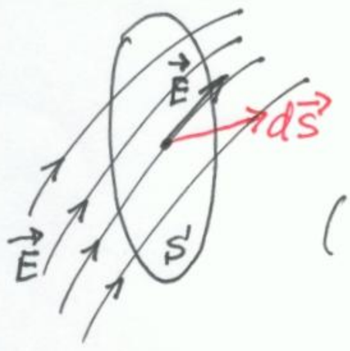
SUPERFICIAL: $dq' = \sigma(\vec{r}') \cdot ds'$

LINEAL : $dq' = \lambda(\vec{r}') ds'$

EJEMPLOS ...

1.3. TEOREMA DE GAUSS. (UNA ECUACION DE MAXWELL)

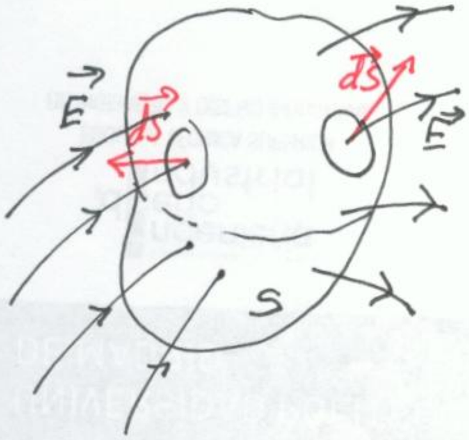
FLUJO DEL CAMPO ELECTRICO



$$\phi_S = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad \left(\phi_S = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} \right) \quad \overset{S'}{\text{ABIERTA}}$$

(NUMERO DE LINEAS DE CAMPO QUE ATRAVIESAN S')

* PARA UNA SUPERFICIE CERRADA QUE LIMITA UN VOLUMEN



$$\phi_S = \oint_S \vec{E} d\vec{s} \qquad \left(\phi_S = \oiint_S \vec{E} d\vec{s} \right) \quad \overset{S'}{\text{CERRADA}}$$

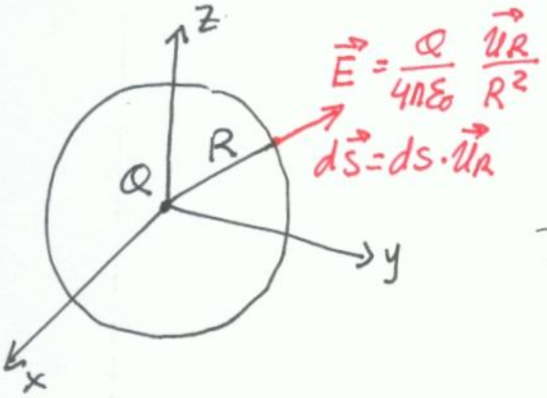
(NUMERO DE LINEAS QUE SALEN − NUMERO DE LINEAS QUE ENTRAN)

TEOREMA DE GAUSS (VERSION INTEGRAL)

$$\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q(S)}{\varepsilon_0}}$$

$Q(S)$ = carga encerrada en S
ε_0 = cte dieléctrica del vacío

Dem: para una carga puntual. dentro de una esfera.



$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_S \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\,dS = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cdot\underbrace{\oint_S dS}_{4\pi R^2} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

TEOREMA DE GAUSS EN VERSION DIFERENCIAL: ECUACIÓN DE MAXWELL

$$\oint\!\!\oint_S \vec{E}\,d\vec{S} = \iiint_V \vec{\nabla}\vec{E}\cdot dv = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho(\vec{r}')\,dv \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}}$$

* ADEMAS, COMO $\vec{E}$ ES CONSERVATIVO ($\vec{F} = q\cdot\vec{E}$, LO ES) CUMPLE

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0 \quad \text{(SÓLO VALIDO EN ELECTOSTATICA)}$$

N: $\vec{E}$ CONSERVATIVO $\Rightarrow \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0$ CUALQUIERA QUE SEA C

APLICACIÓN DEL T. DE GAUSS

BAJO CIERTAS CONDICIONES DE SIMETRIA, SI $\vec{E}$ ES CONSTANTE EN S, PUEDE SER CALCULADO CON FACILIDAD.

1.4 POTENCIAL ELECTRICO

$\vec{E}$ NO ES FACIL DE CALCULAR. PERO ES CONSERVATIVO

$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ CON $V = \frac{U}{q}$. EL CUAL SE CALCULA:

$$\boxed{V(\vec{r}) - V(\infty) = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r}}$$

A LO LARGO DE CUALQUIER CAMINO $\vec{r} \longrightarrow \infty$

N: SI SE PUEDE HACER $V(\infty)=0$ ENTONCES SE PUEDEN DEFINIR POTENCIALES "ABSOLUTOS"

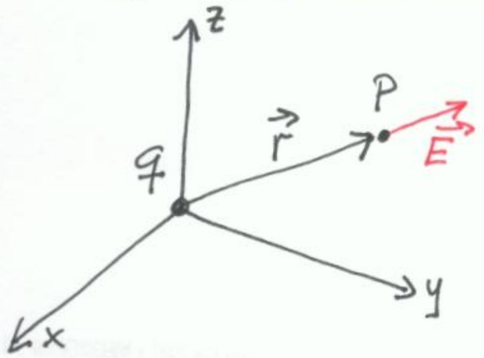
$$V(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

LA "DIFERENCIA DE POTENCIAL" (d.d.p) ENTRE A y B ES

$$V(A) - V(B) = \int_{A}^{B} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

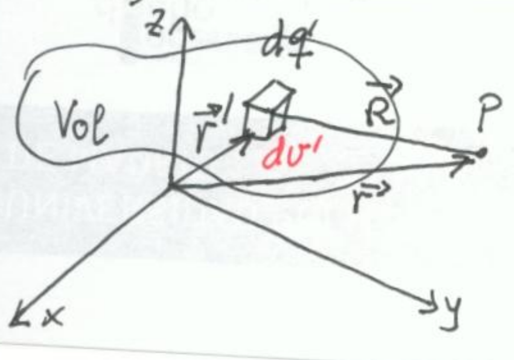
PROPIEDADES

1) POTENCIAL DE UNA CARGA PUNTUAL



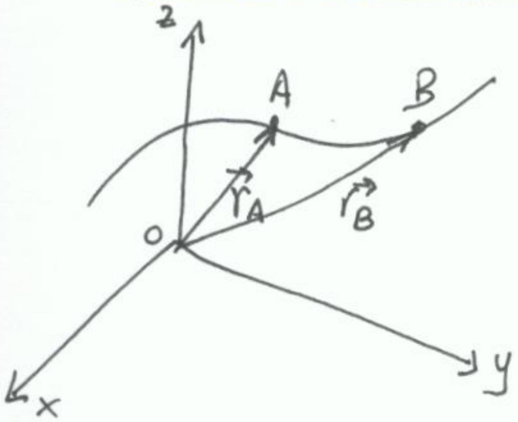
$$V(P) = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E}\, d\vec{r} = \int_{\vec{r}}^{\infty} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

2) POTENCIAL CREADO POR UNA DISTRIBUCION DE CARGA



$$V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_{Vol} \frac{dq'}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_{Vol} \frac{\rho(\vec{r}')\,dv'}{R}$$

3) TRABAJO PARA TRASLADAR UNA CARGA ENTRE DOS PUNTOS



$$W_{A\to B} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} q\cdot\vec{E}\, d\vec{r} = q\left(V(A)-V(B)\right)$$

4) ECUACION DE POISSON PARA EL POTENCIAL ELECTRICO

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{\nabla}(-\vec{\nabla}V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla}^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$ EC. DE POISSON

CONOCIDA LA DISTRIBUCION DE CARGA EN LA REGION CONSIDERADA Y LAS CONDICIONES DE CONTORNO, SE PUEDE ENCONTRAR $V(\vec{r})$

N: Las C.C. pueden ser tipo Dirichlet. (V en las superficies) o bien Neuman (gradiente $\frac{\partial V}{\partial n} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ en las superficies)

Ejemplo 1D...

1.5- ENERGIA ELECTROSTATICA DE UNA DISTRIBUCION DE CARGA

- DISTRIBUCION DE CARGAS PUNTUALES

$$W = \frac{1}{2}\sum_i q_i V_i$$

$V_i \equiv$ pot. creado por todas las cargas menos q_i en el punto donde está q_i

- DISTRIBUCION CONTINUA DE CARGA

$$W = \frac{1}{2}\iiint_{Vol.} \rho(\vec{r}')\cdot V(\vec{r}')\cdot dv'$$

ALTERNATIVA :

$$\boxed{W = \frac{\varepsilon_0}{2}\iiint_{\mathbb{R}^3} \vec{E}^2\, dv}$$

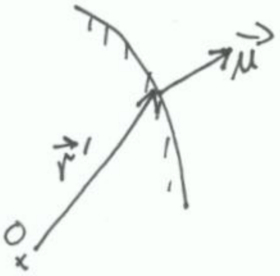
N: La energía no cumple el p.p.o. de superposición

1.6 - CONDUCTORES EN EQUILIBRIO ELECTROSTATICO

CARACTERIZACION DE UN CONDUCTOR EN EQUILIBRIO

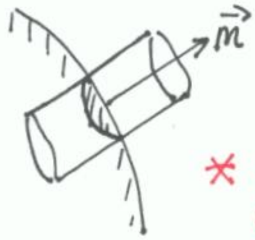
1 - $\vec{E} = 0$ EN EL INTERIOR (Si está cargado, la carga en la superficie)

2 - V CONSTANTE EN TODO EL CONDUCTOR → SUPERFICIE EQUIPOT.
El potencial de un conductor depende de la distribución de cargas en la superficie. Además se verifica



$$\frac{\partial V}{\partial u} = -\frac{\sigma(\vec{r}')}{\varepsilon_0}$$

3 - EL CAMPO ELECTRICO EN LA SUPERFICIE DE UN CONDUCTOR ES PERPENDICULAR A LA MISMA Y VALE

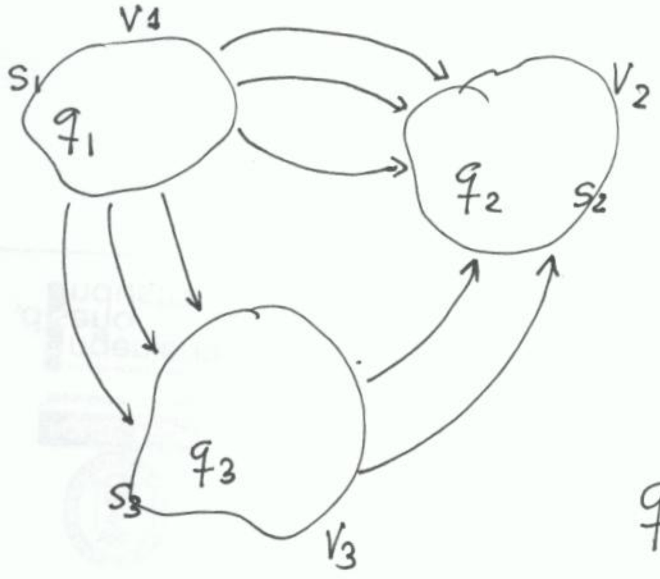


$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u} \quad (\text{T. de Gauss})$$

* SI $\vec{E}$ TUVIERA UNA COMPONENTE TANGENCIAL HABRIA UN GRADIENTE DE POTENCIAL A LO LARGO DE LA SUPERFICIE EN CONTRA DE LA EQUIPOTENCIALIDAD

4 - PRESION ELECTROSTATICA: $\mathcal{P}_E = \frac{dF}{dS} = \frac{dq \cdot E(ds)}{ds} = \underline{\qquad}$

5 - SISTEMA DE CONDUCTORES EN INTERACCION MUTUA.



$$\begin{cases} \vec{\nabla}^2 V = 0 \quad (\text{si } \rho \equiv 0) \\ V\big|_{S_i} = V_i \end{cases}$$

$$V_i = \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij} q_j$$

$$q_i = \sum_{j=1}^{N} C_{ij} V_j$$

C_{ij}, $i \neq j$: COEF. DE INFLUENCIA

C_{ii}: COEF. DE CAPACITANCIA

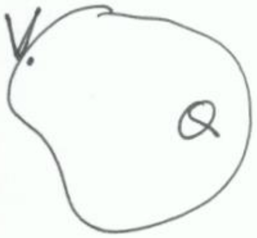
OTRO METODO PARA CALCULAR $V(\vec{r})$ ES APLICAR EL P.P.O DE SUPERPOSICION DEL POTENCIAL SI SE CONOCEN LAS DISTRIBUCIONES DE CARGA SUPERFICIAL $\sigma_i(\vec{r}')/_{S_i}$ DE CADA CONDUCTOR.

INFLUENCIA ELECTRICA: EL POTENCIAL DE UN CONDUCTOR DEPENDE DE SU $\sigma(\vec{r}')$. CUALQUIER CAUSA QUE ALTERE LA DISTRIBUCION SUPERFICIAL DE CARGA, ALTERA EL VALOR DE V_i.

EJEMPLOS...

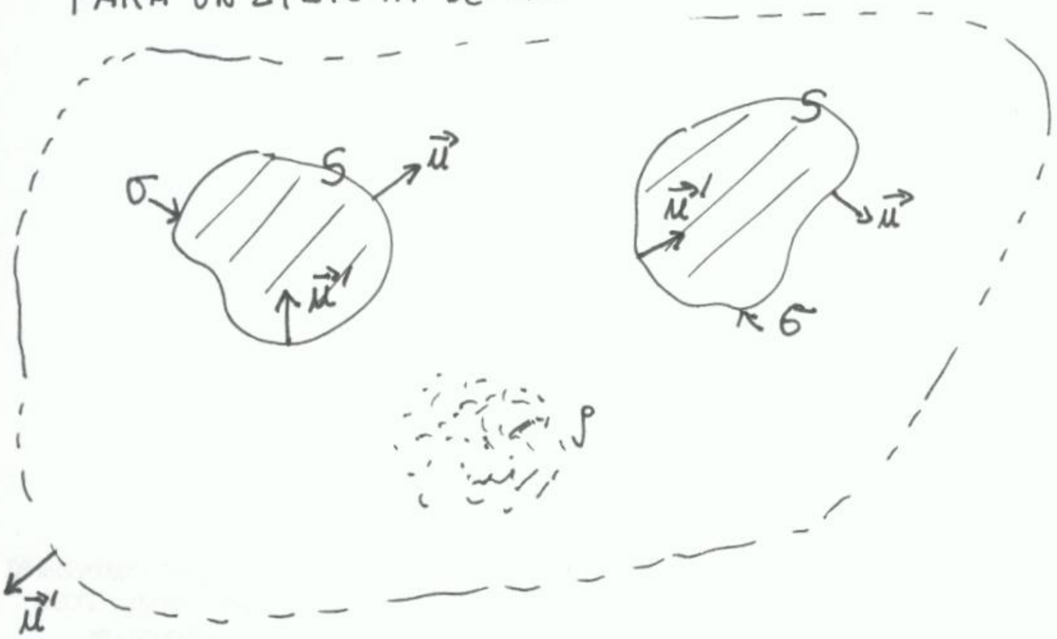
1.7 ENERGIA DE UN SISTEMA DE CONDUCTORES Y CARGAS

PARA UN CONDUCTOR "AISLADO"



$$W = \frac{1}{2}\int_{Vol.} \rho \cdot V \cdot dv = \frac{1}{2} Q \cdot V$$

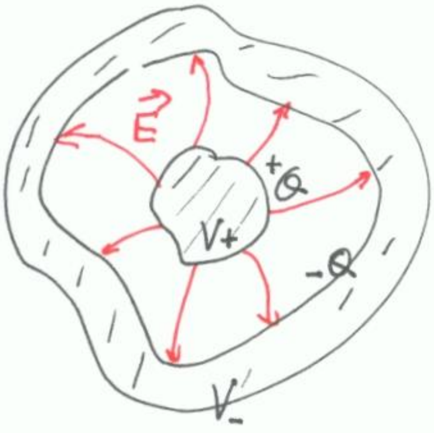
PARA UN SISTEMA DE CONDUCTORES Y CARGAS



$$W = \frac{\varepsilon_0}{2}\iiint_{Vol} V \cdot (\vec{\nabla}\vec{E})\, dv + \frac{\varepsilon_0}{2}\oint_S V \cdot \vec{E} \cdot \vec{u}\, ds = \frac{\varepsilon_0}{2}\iiint_{\mathbb{R}^3} \vec{E}^2 \cdot dv$$

CONDENSADOR (CAPACITOR)

SISTEMA DE CONDUCTORES (2) DE MODO QUE EL CAMPO ELECTRICO QUEDA "CONDENSADO" EN UNA REGION FINITA PEQUEÑA.

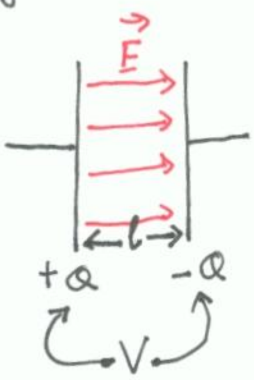


$$W = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} Q_i V_i = \frac{1}{2}(QV_+ - QV_-) = \frac{1}{2}Q(V_+ - V_-)$$

SIMBOLO: 

$$C = \frac{Q}{V_+ - V_-}$$

Ej: CONDENSADOR PLANO-PARALELO

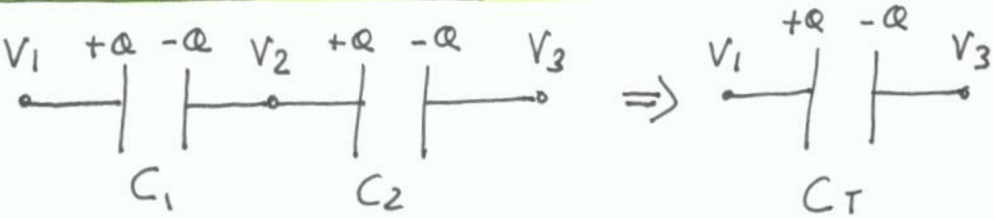


$$W = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} \sigma \cdot S \cdot V \;,\; W/S = \frac{1}{2}\sigma \cdot V = \frac{1}{2} E \varepsilon_0 V = \frac{1}{2}\frac{V^2 \varepsilon_0}{l}$$

$$W = \frac{\varepsilon_0}{2} \iiint_{Vd} E^2 dv = \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{V^2}{l^2} S \cdot l = \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{V^2 S}{l} \Rightarrow W/S = \frac{\varepsilon_0 V^2}{2l}$$

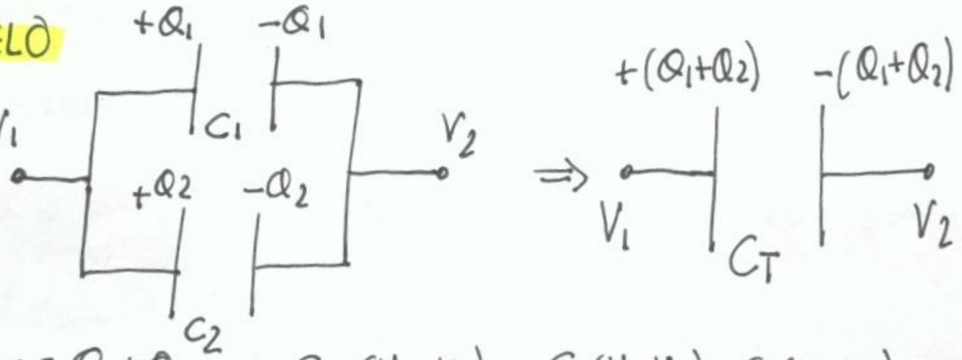
ASOCIACION DE CONDENSADORES

SERIE:



$$V_1 - V_3 = V_1 - V_2 + V_2 - V_3 \Rightarrow \frac{Q}{C_T} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

PARALELO



$$Q_T = Q_1 + Q_2 \Rightarrow C_T(V_1 - V_2) = C_1(V_1 - V_2) + C_2(V_1 - V_2) \Rightarrow C_T = C_1 + C_2$$