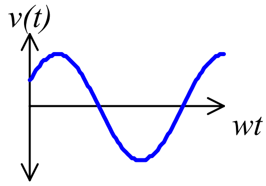
Tema 42.- Corriente alterna

§42.1.- Corriente alterna.

$v = v(t)$ con $v(t) = v(t+T)$ (periódica)

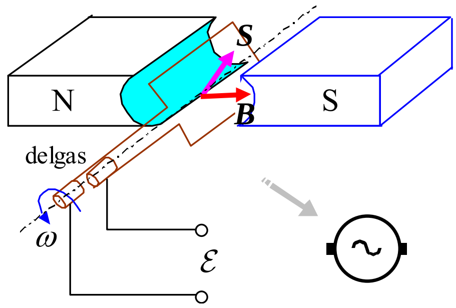


sinusoidal (armónica): $v = V\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi)$ con $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

Características: valor máximo (amplitud), frecuencia (50 Hz), fase,...

ventajas: producción, transmisión , transformadores,...

§42.2.- Generador elemental de corriente alterna.



$$\Phi = \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{S} = BS\cos\theta = BS\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = BS\omega\,\mathrm{sen}\left(\omega t + \varphi_0\right) = \mathcal{E}_{\text{máx}}\,\mathrm{sen}\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = (NBS)\,\omega \qquad (N \text{ espiras})$$

§42.3.- Lemas de Kirchhoff en c.a..

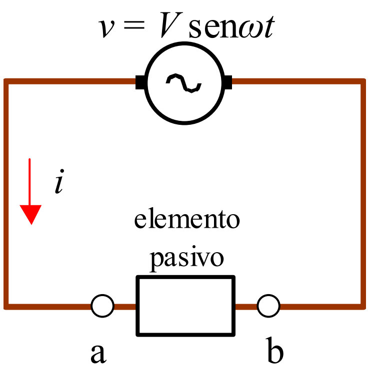
Valores instantáneos (v, i), máximos ($V_{\text{máx}}$, $I_{\text{máx}}$) y eficaces (V_{ef}, I_{ef}).

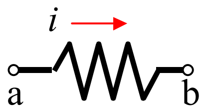
Corriente transitoria y corriente estacionaria.

Los lemas de Kirchhoff son los mismos que en c.c., pero referidos a los valores instantáneos.

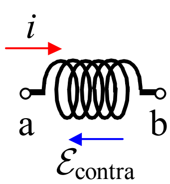
Lema I (nudos): $\sum i = 0$

Lema II (mallas): $\sum \mathcal{E} + \sum \mathcal{E}_{\text{cem}} = \sum iR \quad \rightarrow \quad \sum \mathcal{E} = \sum iR + \sum \text{contravoltajes}$



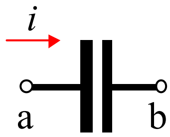


$v_{\text{ab}} = iR$



$\mathcal{E} = -L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ (f.c.e.m.)

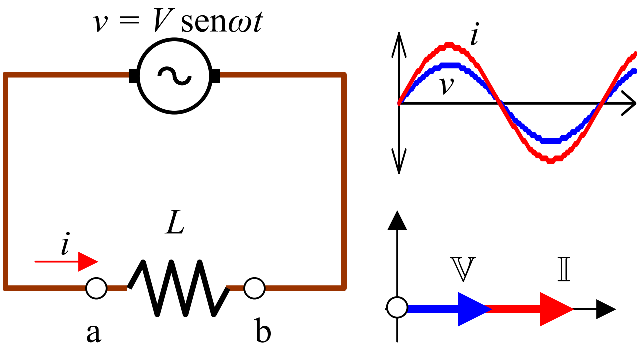
$v_{\text{ab}} = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ (contravoltaje)



$v_{\text{ab}} = \dfrac{q}{C}$

§42.4.- Circuitos con resistencia, autoinducción o capacidad puras.

42.4.a. Resistencia pura

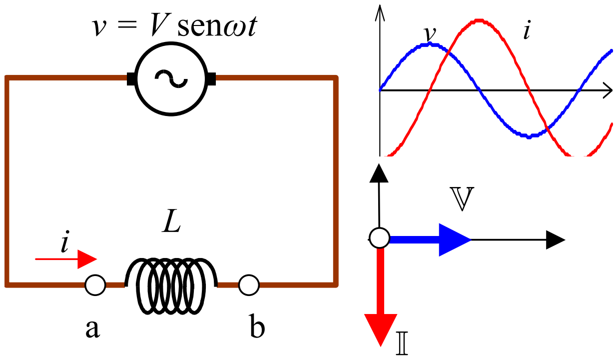


$$i = \frac{v}{R} = \frac{V}{R}\mathrm{sen}\,\omega t = I\,\mathrm{sen}\,\omega t \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{R}$$

La intensidad está en fase con la tensión.

Con notación fasorial: $\mathbb{V} = \mathbb{I}\mathbb{R} \qquad \mathbb{R} = R$

42.4.b. Autoinducción pura



$$v_{\mathrm{ab}} = v = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$i = \frac{1}{L}\int v\,\mathrm{d}t = \frac{V}{L}\int \mathrm{sen}\,\omega t\,\mathrm{d}t = -\frac{V}{\omega L}\cos\omega t$$

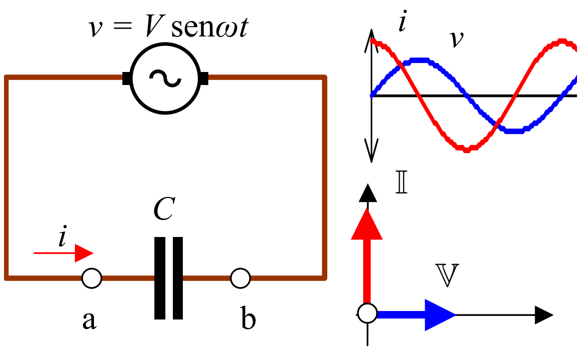
$$\therefore \quad i = -\frac{V}{\omega L}\cos\omega t = -I\cos\omega t = I\,\mathrm{sen}(\omega t - \pi/2)$$

La intensidad se retrasa π/2 respecto la tensión.

$$I = \frac{V}{\omega L} = \frac{V}{X_L} \qquad \text{reactancia inductiva: } \boxed{X_L = \omega L}\ (\Omega)$$

Con notación fasorial: $\mathbb{V} = \mathbb{I}\mathbb{X}_L \qquad \mathbb{X}_L = \boldsymbol{j}\omega L$

42.4.c. Capacidad pura



$$v_{\mathrm{ab}} = v = \frac{q}{C}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{C}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{i}{C} \quad \rightarrow \quad i = C\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \omega C V\cos\omega t$$

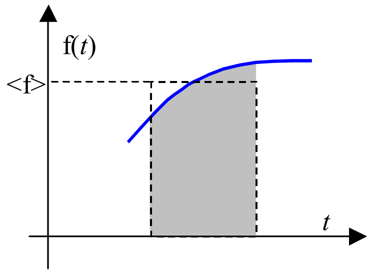
$$\therefore \quad i = \omega C V\cos\omega t = I\cos\omega t = I\,\mathrm{sen}(\omega t + \pi/2)$$

La intensidad se adelanta π/2 respecto la tensión.

$$I = \omega C\,V = \frac{V}{1/\omega C} = \frac{V}{X_C} \qquad \text{reactancia capacitativa: } \boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}}\ (\Omega)$$

Con notación fasorial: $\mathbb{V} = \mathbb{I}\mathbb{X}_C \qquad \mathbb{X}_C = \dfrac{-\boldsymbol{j}}{\omega C}$

§42.5.- Valor medio y cuadrático medio.

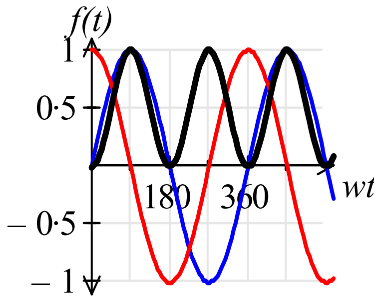


Dada una función f(t) definida en el intervalo (t_1, t_2) se definen su

valor medio: $\mathrm{f}_{\text{medio}} = \langle \mathrm{f} \rangle = \dfrac{1}{\Delta t}\displaystyle\int_t^{t+\Delta t} \mathrm{f}(t)\,\mathrm{d}t$

valor cuadrático medio (r.m.s.): $\mathrm{f}_{\text{r.m.s.}} = \sqrt{\dfrac{1}{\Delta t}\displaystyle\int_t^{t+\Delta t} \mathrm{f}^2(t)\,\mathrm{d}t} \quad \rightarrow \quad \mathrm{f}^2_{\text{r.m.s.}} = [\mathrm{f}^2]_{\text{medio}}$

Aplicación a las funciones armónicas (seno y coseno):



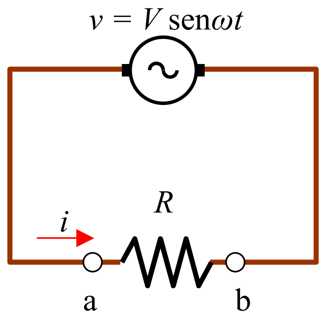
$$\langle \operatorname{sen}\omega t\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \operatorname{sen}\omega t\,\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\frac{1}{\omega}[-\cos\omega t]_0^T = 0$$

$$\langle \cos\omega t\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \cos\omega t\,\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\frac{1}{\omega}[\operatorname{sen}\omega t]_0^T = 0$$

$$\left.\begin{array}{l}\operatorname{sen}^2\omega t + \cos^2\omega t = 1\\ \langle\operatorname{sen}^2\omega t\rangle = \langle\cos^2\omega t\rangle\end{array}\right\} \rightarrow \langle\operatorname{sen}^2\omega t\rangle + \langle\cos^2\omega t\rangle = 1 \rightarrow \langle\operatorname{sen}^2\omega t\rangle = \langle\cos^2\omega t\rangle = \frac{1}{2}$$

---

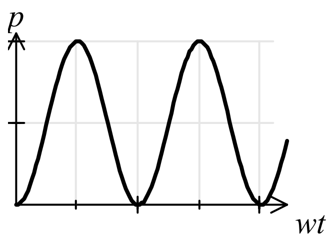
§42.6.- Valores eficaces de la corriente y del voltaje.



$$i = \frac{V_{\text{máx}}}{R}\operatorname{sen}\omega t = I_{\text{máx}}\operatorname{sen}\omega t$$

$$p = i^2 R = I^2_{\text{máx}} R \operatorname{sen}^2\omega t \qquad \text{(potencia instantánea)}$$

$$P = \langle p\rangle = I^2_{\text{máx}} R \langle\operatorname{sen}^2\omega t\rangle = \frac{1}{2} I^2_{\text{máx}} R = I^2_{\text{ef}} R$$



$$\therefore \quad I_{\text{ef}} = \frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} I_{\text{máx}} = 0.707\, I_{\text{máx}} \quad \rightarrow \quad \boxed{I_{\text{máx}} = \sqrt{2}\, I_{\text{ef}}}$$

Intensidad eficaz: intensidad constante (c.c.) que produce el mismo efecto calorífico que una c.a. al pasar por una determinada resistencia.

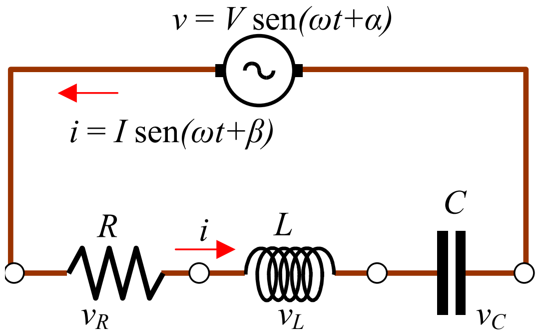
Análogamente: $\therefore \quad V_{\text{ef}} = \dfrac{V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} V_{\text{máx}} = 0.707\, V_{\text{máx}} \quad \rightarrow \quad \boxed{V_{\text{máx}} = \sqrt{2}\, V_{\text{ef}}}$

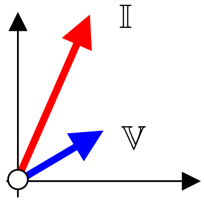
§42.7.- Circuito serie RLC. Impedancia.

$$v = v_R + v_L + v_C = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{q}{C}$$

$$V\,\mathrm{sen}(\omega t + \alpha) = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t$$

(ec. dif. del circuito)





En general, será

$$v = V_\mathrm{m}\,\mathrm{sen}(\omega t + \alpha) = V_\mathrm{m} e^{j(\omega t+\alpha)} = V_\mathrm{m} e^{j\omega t} e^{j\alpha} = (V_\mathrm{m} e^{j\alpha}) e^{j\omega t} = \mathbb{V}_\mathrm{m} e^{j\omega t} \quad \text{con} \quad \mathbb{V}_\mathrm{m} = V_\mathrm{m} e^{j\alpha} = (V_\mathrm{m})_{\underline{|\alpha}}$$

La solución de la ec. dif. será también de la misma forma (pero desfasada):

$$i = V_\mathrm{m}\,\mathrm{sen}(\omega t + \beta) = I_\mathrm{m} e^{j(\omega t+\beta)} = I_\mathrm{m} e^{j\omega t} e^{j\beta} = (I_\mathrm{m} e^{j\beta}) e^{j\omega t} = \mathbb{I}_\mathrm{m} e^{j\omega t} \quad \text{con} \quad \mathbb{I}_\mathrm{m} = I_\mathrm{m} e^{j\beta} = (I_\mathrm{m})_{\underline{|\beta}}$$

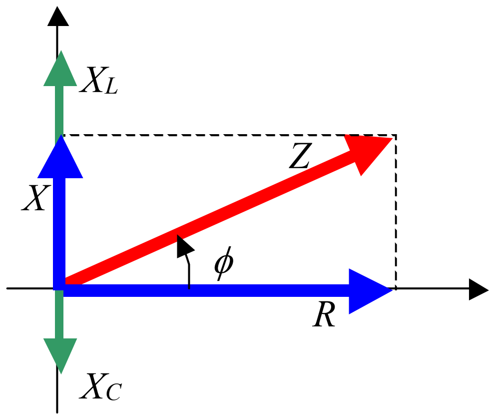
Sustituyendo las expresiones de v y de i en la ec. dif., tenemos

$$\mathbb{V}_\mathrm{m} \cancel{e^{j\omega t}} = R\,\mathbb{I}_\mathrm{m} \cancel{e^{j\omega t}} + \boldsymbol{j}\omega L \mathbb{I}_\mathrm{m} \cancel{e^{j\omega t}} + \frac{1}{\boldsymbol{j}\omega C}\mathbb{I}_\mathrm{m} \cancel{e^{j\omega t}} \quad \rightarrow$$

$$\boxed{\mathbb{V}_\mathrm{m} = \left[R + \boldsymbol{j}\omega L - \frac{\boldsymbol{j}}{\omega C}\right]\mathbb{I}_\mathrm{m}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbb{I}_\mathrm{m} = \frac{\mathbb{V}_\mathrm{m}}{R + \boldsymbol{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}}$$

Definimos la impedancia: $\boxed{\mathbb{Z} = \left[R + \boldsymbol{j}\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)\right]} = Ze^{j\phi} = Z_{\underline{|\phi}}$ Unidad: Ω (ohmio)

$$\begin{cases} \text{módulo:} & Z = |\mathbb{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2} \\ \text{argumento:} & \phi = \mathrm{arctg}\dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R} \end{cases}$$



En definitiva: $\boxed{\mathbb{I} = \dfrac{\mathbb{V}}{\mathbb{Z}}}$ (ley de Ohm)

En módulos: $I_\mathrm{m} = \dfrac{V_\mathrm{m}}{Z}$

Obsérvese que: $\dfrac{V_\mathrm{m} e^{\boldsymbol{j}\omega t}}{Z e^{\boldsymbol{j}\phi}} = I_\mathrm{m} e^{\boldsymbol{j}(\omega t - \phi)} \quad \leftrightarrow \quad \dfrac{V_{\mathrm{m}|\arg V}}{Z_{|\arg Z}} = I_{\mathrm{m}|\arg V - \arg Z}$

Reactancia inductiva: $X_L = \omega L \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbb{X}_L = \boldsymbol{j}\omega L}$ Unidad: Ω (ohmio)

Reactancia capacitativa: $X_C = \dfrac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbb{X}_C = -\dfrac{\boldsymbol{j}}{\omega C}}$ Unidad: Ω (ohmio)

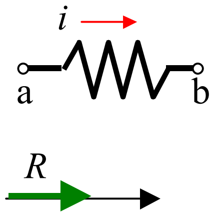
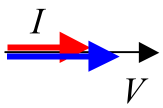
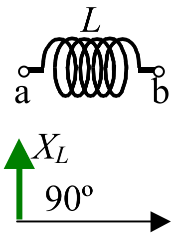
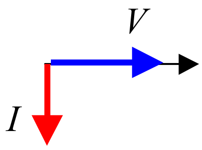
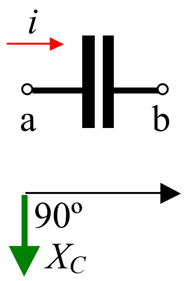
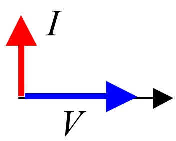
Reactancia: $X = X_L - X_C = \omega L - \dfrac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbb{X} = \mathbb{X}_L + \mathbb{X}_C = \boldsymbol{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}$

Impedancia: $Z = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad \phi = \operatorname{arctg}\dfrac{X}{R}$

$$\boxed{\mathbb{Z} = \mathbb{R} + \mathbb{X}} = R + \boldsymbol{j}X = R + \boldsymbol{j}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

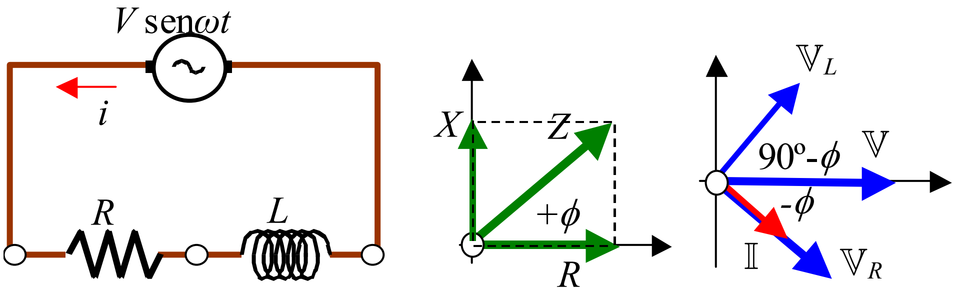
Obsérvese:

$$\sqrt{2} I_\mathrm{m} = \frac{\sqrt{2} V_\mathrm{m}}{Z} \rightarrow I_\mathrm{ef} = \frac{V_\mathrm{ef}}{Z} \quad \rightarrow \quad \boxed{I = \frac{V}{Z}} \begin{cases} \text{valores máximos} \\ \text{valores eficaces} \end{cases}$$

42.7.a. La ley de Ohm se aplica a cualquier carga pasiva			
	$\mathbb{I} = \dfrac{\mathbb{V}}{R}$ $\dfrac{V_{\lvert 0}}{R_{\lvert 0}} = \left(\dfrac{V}{R}\right)_{\lvert 0} = I_{\lvert 0}$	$\mathbb{V} = \mathbb{I}R$	
	$\mathbb{I} = \dfrac{\mathbb{V}}{\mathbb{X}_L}$ $\dfrac{V_{\lvert 0}}{\omega L_{\lvert 90^\circ}} = \left(\dfrac{V}{\omega L}\right)_{\lvert 90^\circ} = I_{\lvert -90^\circ}$	$\mathbb{V} = \mathbb{I}\mathbb{X}_L$	
	$\mathbb{I} = \dfrac{\mathbb{V}}{\mathbb{X}_C}$ $\dfrac{V_{\lvert 0}}{(1/\omega L)_{\lvert -90^\circ}} = (\omega C V)_{\lvert +90^\circ} = I_{\lvert +90^\circ}$	$\mathbb{V} = \mathbb{I}\mathbb{X}_C$	

42.7.b. Casos particulares RL y RC serie

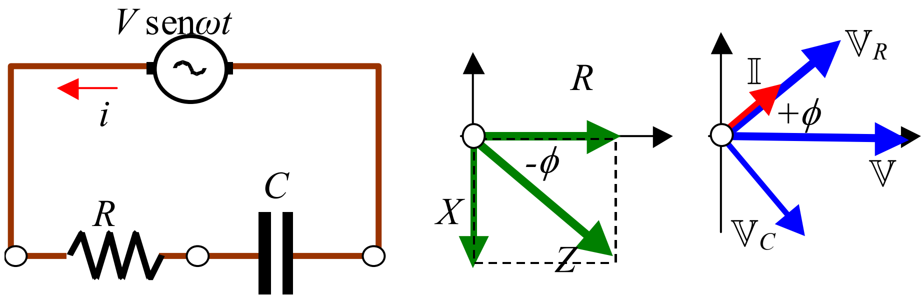
<u>**Circuito serie RL**</u>



$$\mathbb{I}=\frac{\mathbb{V}}{\mathbb{Z}}=\frac{V_{\underline{|0}}}{Z_{\underline{|+\phi}}}=\left(\frac{V}{Z}\right)_{\underline{|-\phi}}$$

$$\mathbb{V}_R=\mathbb{I}\mathbb{R}=I_{\underline{|-\phi}}R=IR_{\underline{|-\phi}} \qquad \mathbb{V}_L=\mathbb{I}\mathbb{X}_L=I_{\underline{|-\phi}}\left(\omega L\right)_{\underline{|+90°}}=\left(\omega LI\right)_{\underline{|90°-\phi}}$$

<u>**Circuito serie RC**</u>

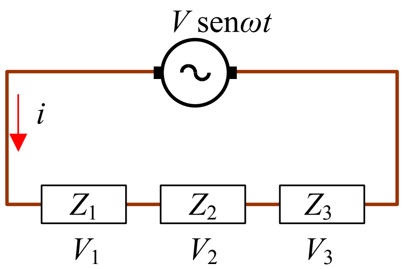


$$\mathbb{I}=\frac{\mathbb{V}}{\mathbb{Z}}=\frac{V_{\underline{|0}}}{Z_{\underline{|-\phi}}}=\left(\frac{V}{Z}\right)_{\underline{|+\phi}}$$

$$\mathbb{V}_R=\mathbb{I}\mathbb{R}=I_{\underline{|+\phi}}R=\left(IR\right)_{\underline{|+\phi}} \qquad \mathbb{V}_C=\mathbb{I}\mathbb{X}_C=I_{\underline{|+\phi}}\left(\frac{1}{\omega C}\right)_{\underline{|-90°}}=\left(\frac{I}{\omega C}\right)_{\underline{|\phi-90°}}$$

§42.8.- Asociación de impedancias en serie y en paralelo.

42.8.a. En serie



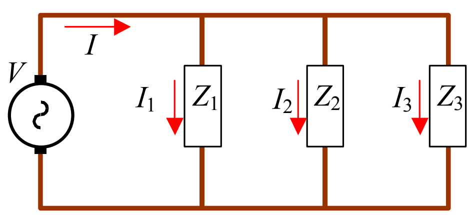
- la intensidad es la misma en todos los elementos
- la tensión es diferente

$$\mathbb{V}_1=\mathbb{I}\mathbb{Z}_1 \qquad \mathbb{V}_2=\mathbb{I}\mathbb{Z}_2 \qquad \mathbb{V}_3=\mathbb{I}\mathbb{Z}_3 \quad \ldots$$

$$\mathbb{V}=\sum\mathbb{V}_i=\mathbb{I}\sum\mathbb{Z}_i=\mathbb{I}\mathbb{Z}_{\mathrm{eq}} \quad\rightarrow\quad \boxed{\mathbb{Z}_{\mathrm{eq}}=\sum\mathbb{Z}_i} \quad \text{(suma fasorial)}$$

Obsérvese que: $\mathbb{V}=\sum\mathbb{V}_i \qquad V\neq\sum V_i$

42.8.b. En paralelo



- la tensión es la misma en todos los elementos
- la intensidad es diferente

$$\mathbb{I}_1 = \frac{\mathbb{V}}{\mathbb{Z}_1} \qquad \mathbb{I}_2 = \frac{\mathbb{V}}{\mathbb{Z}_2} \qquad \mathbb{I}_3 = \frac{\mathbb{V}}{\mathbb{Z}_3} \qquad \ldots$$

$$\mathbb{I} = \sum \mathbb{I}_i = \mathbb{V}\sum \frac{1}{\mathbb{Z}_i} = \frac{\mathbb{V}}{\mathbb{Z}_{\text{eq}}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{\mathbb{Z}_{\text{eq}}} = \sum \frac{1}{\mathbb{Z}_i}} \quad \text{(suma fasorial)}$$

Obsérvese que: $\mathbb{I} = \sum \mathbb{I}_i \qquad I \neq \sum I_i$

Admitancia: $\mathbb{Y} = \dfrac{1}{\mathbb{Z}}$ Unidad: S (siemens)

$$\mathbb{Y} = \frac{1}{\mathbb{Z}} = \frac{1}{R + \boldsymbol{j}X} = \frac{R - \boldsymbol{j}X}{R^2 + X^2} = G + \boldsymbol{j}B$$

Conductancia: $G = \dfrac{R}{R^2 + X^2} = \dfrac{R}{Z^2}$ Unidad: S (siemens)

Susceptancia: $B = -\dfrac{X}{R^2 + X^2} = -\dfrac{X}{Z^2}$ Unidad: S (siemens)

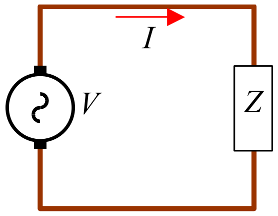
Para R pura: $G = \dfrac{R}{R^2} = \dfrac{1}{R} \qquad B = 0 \qquad \mathbb{Y} = G = \dfrac{1}{R}$ (real)

Para L pura: $G = 0 \qquad B_L = -\dfrac{X_L}{X_L^2} = -\dfrac{1}{X_L} = -\dfrac{1}{\omega L} \qquad \mathbb{Y} = \dfrac{-\boldsymbol{j}}{\omega L}$

Para C pura: $G = 0 \qquad B_C = +\dfrac{X_C}{X_L^2} = +\dfrac{1}{X_C} = \omega C \qquad \mathbb{Y} = +\boldsymbol{j}\omega C$

Para impedancias/admitancias en paralelo es: $\dfrac{1}{\mathbb{Z}_{\text{eq}}} = \sum \dfrac{1}{\mathbb{Z}_i} \quad \leftrightarrow \quad \mathbb{Y}_{\text{eq}} = \sum \mathbb{Y}_i$

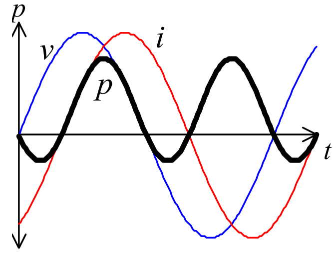
§42.9.- Potencia y factor de potencia.



$$v(t) = V_{\text{máx}} \operatorname{sen} \omega t \qquad i(t) = I_{\text{máx}} \operatorname{sen}(\omega t - \phi)$$

$$p(t) = v\, i = V_{\text{máx}} I_{\text{máx}} \operatorname{sen} \omega t \operatorname{sen}(\omega t - \phi)$$

$$\operatorname{sen} a \operatorname{sen} b = \frac{1}{2}\left[\cos(a - b) - \cos(a + b)\right]$$



Potencia instantánea: $p(t) = \dfrac{V_{\text{máx}} I_{\text{máx}}}{2}\left[\cos\phi - \cos(2\omega t - \phi)\right]$

Potencia media:

$$P = \langle p(t) \rangle = \frac{V_{\text{máx}} I_{\text{máx}}}{2}\langle \cos\phi - \cos(2\omega t - \phi) \rangle = \frac{1}{2} V_{\text{máx}} I_{\text{máx}} \cos\phi$$

$\therefore \quad \boxed{P = V\, I \cos\phi}$ (valores eficaces) con $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ \quad \rightarrow \quad 0 \leq \cos\phi \leq 1$

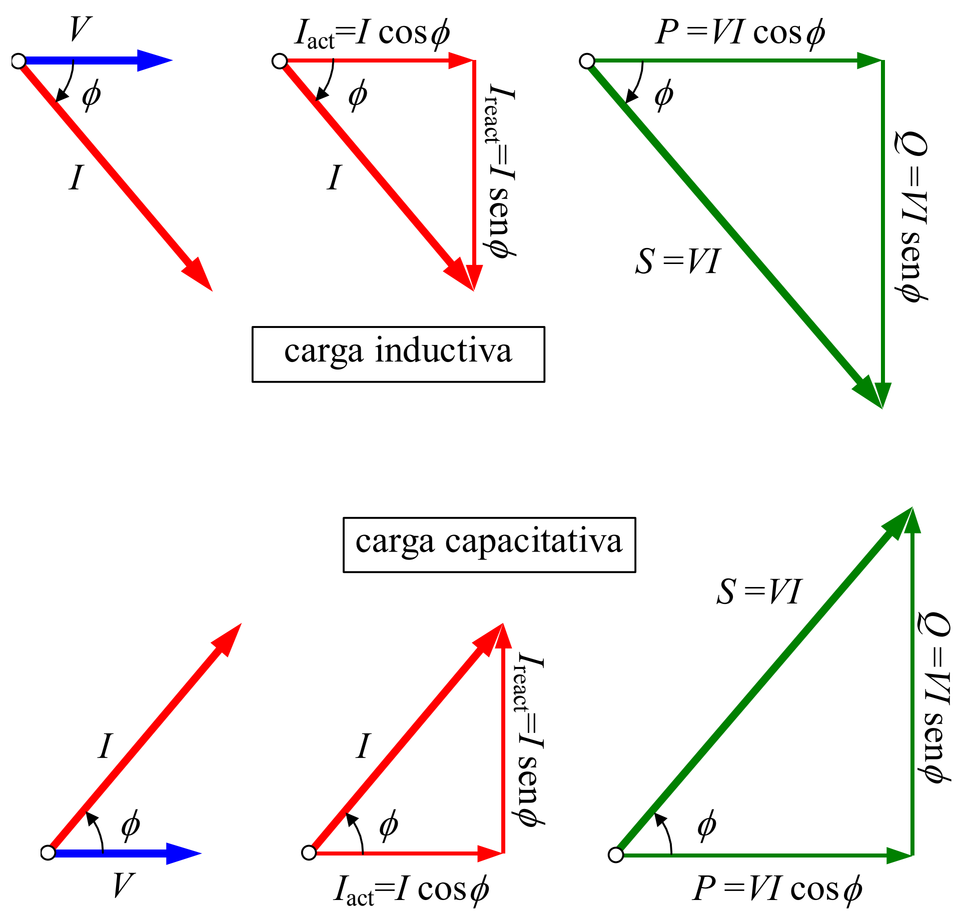
Factor de potencia: $\text{f.p.} = \cos\phi$ con $0 \leq \cos\phi \leq 1$

§42.10.- Triángulo de potencia.

$$\mathbb{V} = V_{\underline{|0}} \qquad \mathbb{I} = I_{\underline{|-\phi}} \qquad \mathbb{I}^* = I_{\underline{|+\phi}} \qquad \boxed{\mathbb{V}\mathbb{I}^* = VI_{\underline{|+\phi}}}$$

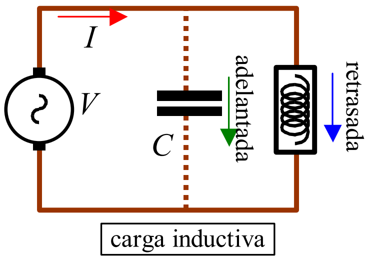
$$\text{Potencia} \begin{cases} \text{activa (W)} & P = VI\cos\phi = I^2 Z\cos\phi = I^2 R = \dfrac{V_R^2}{R} = \operatorname{Re}(\mathbb{V}\mathbb{I}^*) \\ \text{reactiva (W)} & Q = VI\operatorname{sen}\phi = I^2 Z\operatorname{sen}\phi = I^2 X = \dfrac{V_X^2}{X} = \operatorname{Im}(\mathbb{V}\mathbb{I}^*) \\ \text{aparente (V.A)} & S = \sqrt{P^2 + Q^2} = VI = I^2 Z = \dfrac{V^2}{Z} = \left|\mathbb{V}\mathbb{I}^*\right| \end{cases}$$

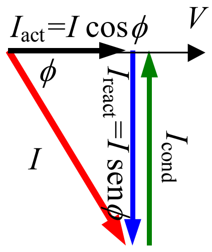
$$\mathbb{S} = \mathbb{V}\mathbb{I}^* = VI_{\underline{|\phi}} = VI(\cos\phi + \mathbf{j}\operatorname{sen}\phi) = P + \mathbf{j}Q$$

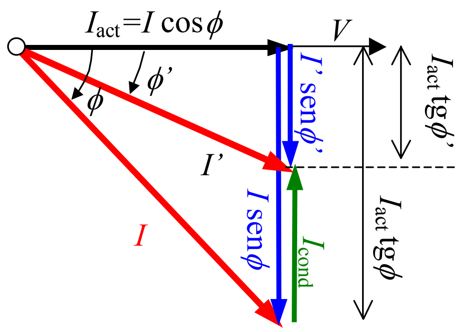


§42.11.- Corrección del factor de potencia.

42.11.a. Carga inductiva







Se corrige con un condensador en paralelo con la carga.

Corrección total:

atrasada: $I_{\text{react}} = I\,\text{sen}\,\phi$

adelantada: $I_{\text{cond}} = \dfrac{V}{X_C} = \dfrac{V}{1/\omega C} = \omega C V$

$$I\,\text{sen}\,\phi = \omega C V \quad \rightarrow \quad C = \frac{I_{\text{react}}}{\omega V} = \frac{I\,\text{sen}\phi}{\omega V}$$

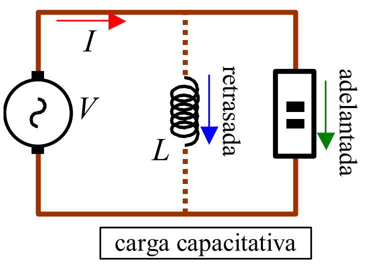
Corrección parcial:

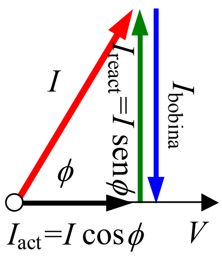
$$I_{\text{act}}\,\text{tg}\,\phi - I_{\text{act}}\,\text{tg}\,\phi' = I_{\text{cond}}$$

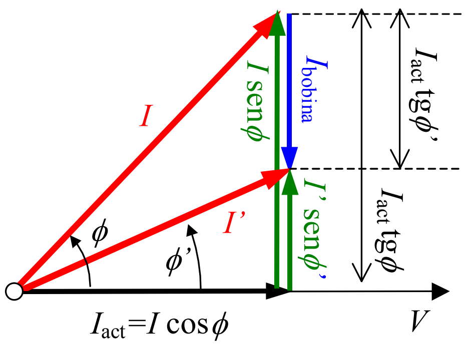
$$I_{\text{act}}\left(\text{tg}\,\phi - \text{tg}\,\phi'\right) = \frac{V}{1/\omega C} = \omega C V \quad \rightarrow$$

$$C = \frac{I_{\text{act}}\left(\text{tg}\,\phi - \text{tg}\,\phi'\right)}{\omega V}$$

42.11.b. Carga capacitativa







Se corrige con una autoinducción en paralelo con la carga.

Corrección total:

adelantada: $I_{\text{react}} = I\,\text{sen}\,\phi$

atrasada: $I_{\text{bobina}} = \dfrac{V}{X_L} = \dfrac{V}{\omega L}$

$$I\,\text{sen}\,\phi = \frac{V}{\omega L} \rightarrow \quad L = \frac{V}{\omega I_{\text{react}}} = \frac{V}{\omega I\,\text{sen}\,\phi}$$

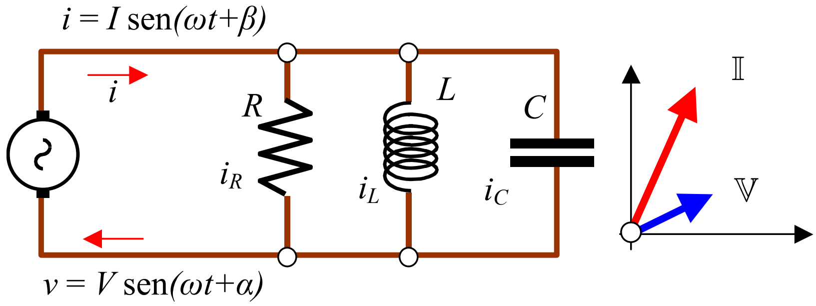
Corrección parcial:

$$I_{\text{act}}\,\text{tg}\,\phi - I_{\text{act}}\,\text{tg}\,\phi' = I_{\text{bobina}}$$

$$I_{\text{act}}\left(\text{tg}\,\phi - \text{tg}\,\phi'\right) = \frac{V}{\omega L} \quad \rightarrow \quad L = \frac{V}{\omega I_{\text{act}}\left(\text{tg}\,\phi - \text{tg}\,\phi'\right)}$$

§42.12.- CIRCUITO RLC PARALELO.

- la tensión es la misma en todos los elementos.
- la intensidad es diferente en cada rama.



$$\begin{cases} \mathbb{I}_R = \dfrac{\mathbb{V}}{R} = \dfrac{V_{|0^\circ}}{R_{|0}} = \left(\dfrac{V}{R}\right)_{|0} = \dfrac{V}{R} \\ \mathbb{I}_L = \dfrac{\mathbb{V}}{\mathbb{X}_L} = \dfrac{V_{|0^\circ}}{\omega L_{|90^\circ}} = \left(\dfrac{V}{\omega L}\right)_{|-90^\circ} = -\dfrac{V}{\omega L}\boldsymbol{j} \\ \mathbb{I}_C = \dfrac{\mathbb{V}}{\mathbb{X}_C} = \dfrac{V_{|0^\circ}}{1/\omega C_{|-90^\circ}} = (\omega C V)_{|+90^\circ} = \omega C V\ \boldsymbol{j} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mathbb{I} = \mathbb{I}_R + \mathbb{I}_L + \mathbb{I}_C = \left[\dfrac{1}{R} + \boldsymbol{j}\left(C\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)\right]V \\ \mathbb{I} = \mathbb{Y}\mathbb{V} \\ \mathbb{Y} = \dfrac{1}{R} + \boldsymbol{j}\left(C\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right) \quad \text{(admitancia)} \end{cases}$$

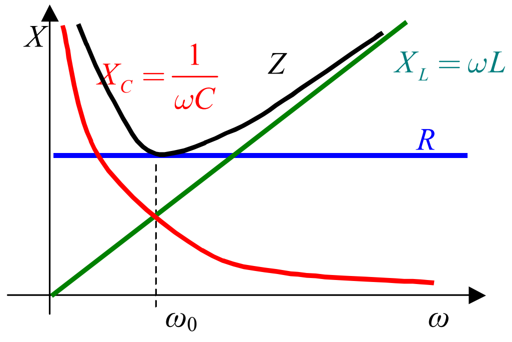
$$I = V\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2} \qquad \operatorname{tg}\phi_{\text{adm}} = \frac{C\omega - \dfrac{1}{L\omega}}{1/R} = R\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)$$

$$\mathbb{Z} = \frac{1}{\mathbb{Y}} = \frac{1}{\dfrac{1}{R} + \boldsymbol{j}\left(C\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)} = \frac{\dfrac{1}{R} - \boldsymbol{j}\left(C\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)}{\left[\dfrac{1}{R} + \boldsymbol{j}\left(C\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)\right]\left[\dfrac{1}{R} - \boldsymbol{j}\left(C\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)\right]} = \frac{\dfrac{1}{R} - \boldsymbol{j}\left(C\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)}{\left(\dfrac{1}{R}\right)^2 + \left(C\omega - \dfrac{1}{L\omega}\right)^2}$$

§42.13.- Resonancia.

La reactancia es función de la frecuencia de la c.a.: $X = X(\omega)$

42.13.a. Resonancia en serie RLC



Para la frecuencia ω_0 (frec. de resonancia) es $X_L = X_C$, de modo que la impedancia Z es igual a R y el f.p. = 1 (*i.e.*, $\phi = 0$) de modo que la intensidad y la tensión están en fase y la potencia entregada es máxima.

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad \rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$P_{\text{res}} = P_{\text{máx}} = VI = \frac{1}{2} V_{\text{máx}} I_{\text{máx}}$$

42.13.b. Resonancia en paralelo RLC

Las expresiones anteriores son igualmente válidas ya que

$$\omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} \quad \rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \rightarrow \quad \mathbb{Z} = R$$