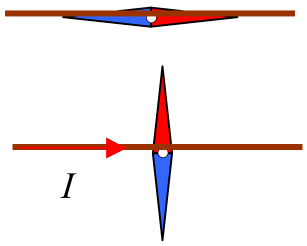
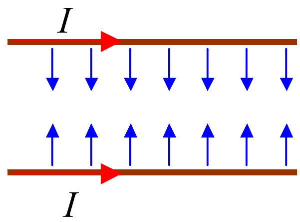
Tema 38.- Campo magnético

§38.1.- Fuerzas magnéticas entre conductores

Experiencia de Oersted (1820)

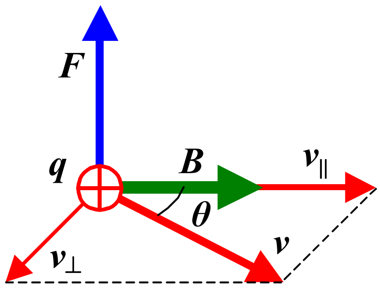




- Desviación de la brújula
- Fuerza entre conductores

§38.2.- Definición del campo magnético

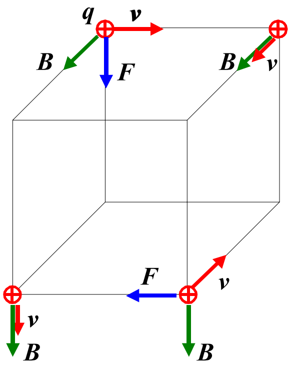
Fórmula de Lorentz: $\boxed{\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}}$



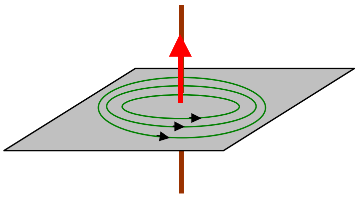
- ***B*** es la *intensidad del campo magnético o inducción magnética*.
- Tomamos la fórmula de Lorentz como definición de ***B***.
- Dirección: La del movimiento de una carga positiva que no se desvía en el campo magnético.
- Módulo:

$$B = \frac{F}{qv\,\mathrm{sen}\,\theta} = \frac{F}{qv_\perp}$$

$$[B] = \frac{[F]}{[q][v]} \quad \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C \cdot m/s}} = \mathrm{T} \quad \text{(tesla)}$$



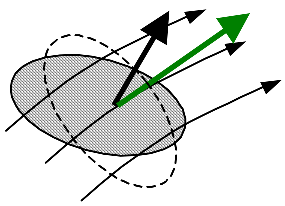
§38.3.- Líneas de inducción. Flujo magnético



- Las líneas de inducción son cerrada.
- El campo magnético no tiene fuentes escalares.
- ***B*** equivale a una densidad de flujo.

Flujo: $\mathrm{d}\Phi_\mathrm{B} = \boldsymbol{B} \bullet \mathrm{d}\boldsymbol{S} = B\,\mathrm{d}S\cos\theta = \mathrm{B}\,\mathrm{d}S_\mathrm{n}$

Unidades:	***B***		Φ	
S.I.	Wb/m^2	(weber/m^2)	Wb	(weber)
c.g.s.	G	(gauss)	Mx	(maxwell)
Equivalencies:	1 T = 10^4 G		1 Wb = 10^8 Mx	



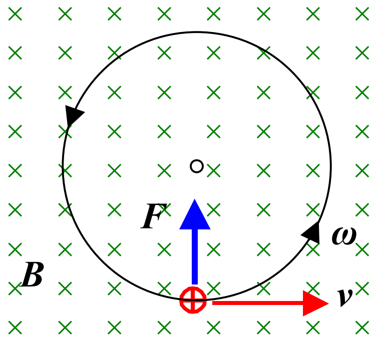
Campo magnético terrestre	60 μT	= 0.6 G
Campo débil	0.1 mT	= 1 G
Campo fuerte	0.1 T	= 1 kG
Campo muy fuerte	10 T	= 100 kG

Obsérvese: $$\oint_S \boldsymbol{B}\bullet \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0 \quad \text{(solenoidal)} \quad \nabla\bullet\boldsymbol{B} = 0$$

$$\oint_C \boldsymbol{B}\bullet \mathrm{d}\boldsymbol{l} \neq 0 \quad \text{(rotacional)}$$

§38.4.- Movimiento de una carga en un campo magnético

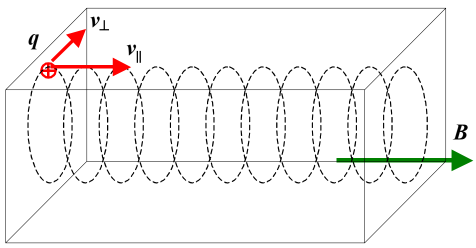
38.4.a. Campo uniforme



$$q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} = m\boldsymbol{a} = m(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v}) = -m(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\omega})$$

$$\therefore \quad q\boldsymbol{B} = -m\boldsymbol{\omega} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\omega} = -\frac{q}{m}\boldsymbol{B}$$

- Aceleradores de partícula (ciclotrón).
- frecuencia ciclotrónica (ω), con $\omega = v/R$
- radio ciclotrónico: $R = \dfrac{v}{\omega} = \dfrac{mv}{qB}$
- Anderson (1932), descubrimiento del positrón en los rayos cósmicos.



En tres dimensiones, cuando $\boldsymbol{v}$ no es perpendicular a $\boldsymbol{B}$: movimiento helicoidal.

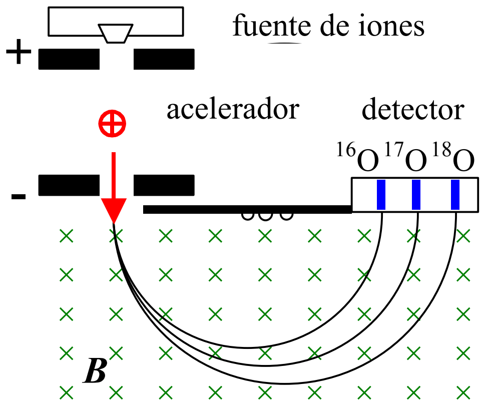
38.4.b. Campo no uniforme

En general, un movimiento helicoidal en el que el radio de la helicoide disminuye donde B sea más intenso.

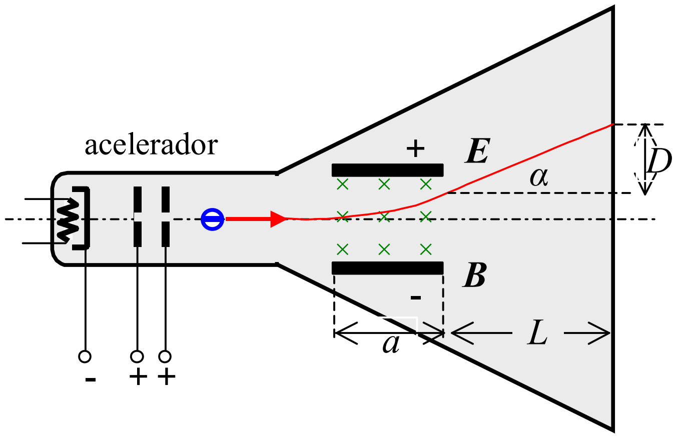
38.4.c. Espectrómetro de masas

$$\begin{cases} qV = \dfrac{1}{2}mv^2 \quad \rightarrow \quad v^2 = 2\dfrac{q}{m}V \\ r = \dfrac{mv}{qB} \quad \rightarrow \quad v^2 = \left(\dfrac{q}{m}\right)^2 B^2 r^2 \end{cases}$$

$$\therefore \quad \frac{q}{m} = \frac{2V}{B^2 r^2} \quad \rightarrow \quad \boxed{r^2 = \frac{2V}{B}\left(\frac{m}{q}\right)}$$



38.4.d. Medida de *e/m* (Thompson, 1987)



Campo eléctrico y magnético combinados (perpendiculares):

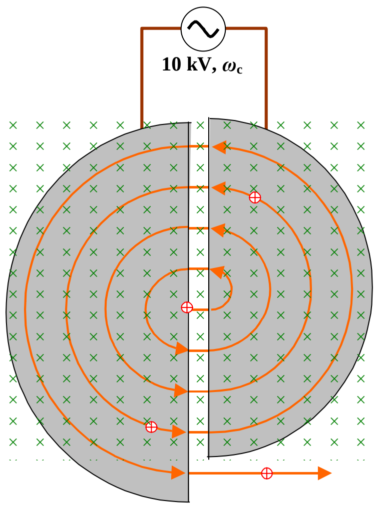
$$qE = qv_0 B \quad \rightarrow \quad v_0 = \frac{E}{B} \quad \text{(no se desvían)}$$

Solo campo eléctrico:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \dfrac{1}{2}\dfrac{q}{m}Et^2 \end{cases} \quad \rightarrow \quad y = \frac{1}{2}\frac{qE}{mv_0^2}x^2$$

$$\operatorname{tg}\alpha\Big|_{x=a} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\bigg|_{x=a} = \frac{qE}{mv_0^2}a = \frac{D}{L} \quad \rightarrow \quad \frac{q}{m} = \frac{D}{L}\frac{mv_0^2}{qEa} = \frac{D}{L}\frac{m}{qEa}\frac{E^2}{B^2} \quad \rightarrow \quad \frac{q}{m} = \sqrt{\frac{ED}{B^2 La}}$$

38.4.e. Ciclotrón (Lawrence, 1932)



$$\omega_c = \frac{q}{m}B \qquad R = \frac{mv_{\text{máx}}}{qB} \quad \rightarrow \quad v_{\text{máx}} = \frac{q}{m}BR$$

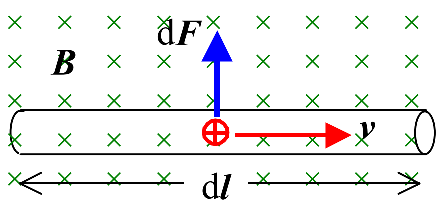
$$E_k = \frac{1}{2}mv_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2}m\frac{q^2}{m^2}B^2R^2 = qV_{\text{eq}}$$

$$V_{\text{eq}} = \frac{1}{2}\frac{q}{m}B^2R^2$$

$$B = 2\ \text{T}, \quad R = 0.5\ \text{m}, \quad q/m = 4.8\times10^7\ \text{C/kg} \quad \text{(deuterones)}$$

$$V_{\text{eq}} = 18\times10^6\ \text{V} = 18\ \text{MV} \quad \rightarrow \quad E_k = 18\ \text{MeV}$$

§38.5.- Fuerza sobre un elemento de corriente



$$\mathrm{d}q = n(S\mathrm{d}l)q \qquad I = nqvS \qquad \boldsymbol{j} = nq\boldsymbol{v} = \rho\boldsymbol{v}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = \mathrm{d}q(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$$

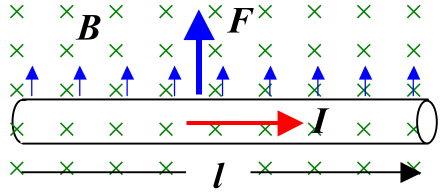
$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = n(S\mathrm{d}l)q(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}) = nqvS(\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B}) = I(\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B})$$

$$= S\,\mathrm{d}l(\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{B}) = \mathrm{d}\mathcal{V}(\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{B})$$

$$\boxed{\mathrm{d}\boldsymbol{F} = I(\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B})} \quad \text{y} \quad \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{F}}{\mathrm{d}\mathcal{V}} = (\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{B})$$

38.5.a. Fuerza sobre un conductor

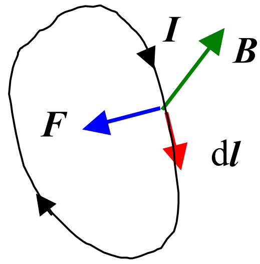
$$F = \int_C dF = I\int_C dl \times B$$



38.5.b. Fuerza sobre un conductor rectilíneo en un campo uniforme

$$F = \int_C dF = I\left(\int_C dl\right)\times B = I\left(l \times B\right)$$

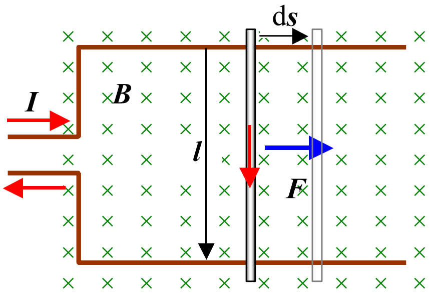
38.5.c. Fuerza sobre un circuito cerrado (espira)



$$F = \oint_C dF = \oint_C I\, dl \times B = I\oint_C dl \times B \neq 0 \quad \text{(en general)}$$

$$\text{Si } B = \text{cte.} \quad F = I\left(\oint_C dl\right)\times B = 0$$

§38.6.- Trabajo realizado por *B* al mover un elemento de corriente

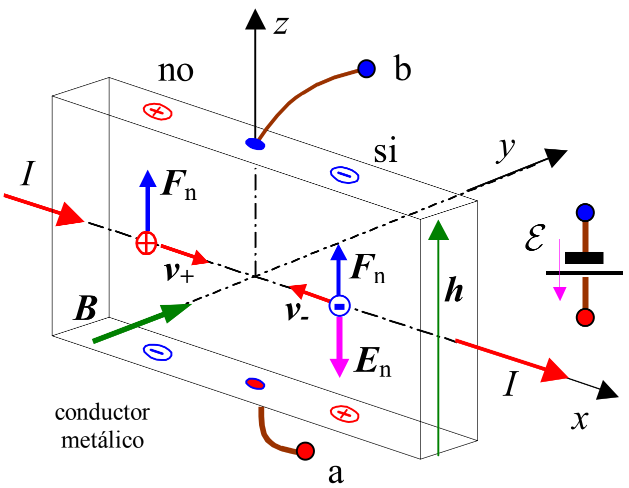


$$F = I\left(l \times B\right)$$

$$đW = F \bullet ds = I\, ds \bullet \left(l \times B\right) = I\left(ds \times l\right)\bullet B = IB \bullet dS$$

$$\therefore \quad đW = IB \bullet dS = I\, d\Phi \qquad \text{(válido en general)}$$

§38.7.- Efecto Hall



Cinta de conductor metálico (conducción por electrones):

$$F_n = -e\left(v_- \times B\right)$$

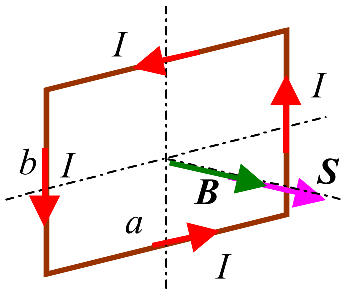
$$E_n = \frac{F_n}{(-e)} = +\left(v_- \times B\right) = -\left(v_+ \times B\right)$$

$$\mathcal{E}_{\text{Hall}} = \int_-^+ E_n \bullet dh = -\int_-^+ \left(v_+ \times B\right)\bullet dh =$$

$$= \int_+^- \left(v_+ \times B\right)\bullet h = \left(v_+ \times B\right)\bullet h$$

$$\therefore \quad \boxed{\mathcal{E}_{\text{Hall}} = h \bullet \left(v_+ \times B\right) = hvB}$$

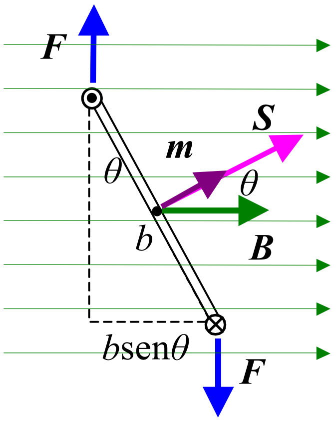
§38.8.- Fuerza y momento sobre una espira



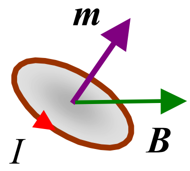
$$\boldsymbol{B} = \text{cte.} \quad \rightarrow \quad \sum \boldsymbol{F} = 0$$

$$\boldsymbol{F} = I(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{B}) \quad \rightarrow \quad F = IaB$$

$$M = F\, b \operatorname{sen}\theta = (IaB) b \operatorname{sen}\theta = I(ab) B \operatorname{sen}\theta = ISB \operatorname{sen}\theta$$



- Momento sobre la espira: $\boxed{\boldsymbol{M} = I\, \boldsymbol{S} \times \boldsymbol{B}}$ (válido en general).
- Momento magnético: $\boxed{\boldsymbol{m} = I\, \boldsymbol{S}}$
- Momento dinámico: $\boxed{\boldsymbol{M} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}}$
- La espira trata de alinear $\boldsymbol{m}$ con $\boldsymbol{B}$, para que $\boldsymbol{M} = 0$; entonces, el flujo Φ a través de la espira es máximo.



§38.9.- Expresión del trabajo y de la energía:

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} \boldsymbol{M} \bullet \mathrm{d}\boldsymbol{\theta} = -\int_{\theta_0}^{\theta} M\, \mathrm{d}\theta = -\int_{\theta_0}^{\theta} mB \operatorname{sen}\theta\, \mathrm{d}\theta$$

$$\boxed{W = mB(\cos\theta - \cos\theta_0)}$$

$$W = -\Delta E_{\mathrm{p}} \quad \rightarrow \quad \Delta E_{\mathrm{p}} = -mB(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

Si tomamos $E_{\mathrm{p}}(\theta_0 = 90^{\mathrm{o}}) = 0$

$$\boxed{E_{\mathrm{p}} = -mB\cos\theta = -\boldsymbol{m} \bullet \boldsymbol{B}}$$