ELECTROSTATICA -3

1) Resolver la ecuación de Poissón 1-Dimensional para una distribución de carga dada por

$$\rho = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 > x > a \\ \rho_0 \dfrac{x}{a} & \text{si } 0 \leq x \leq a \end{cases}$$

con ρ_0 y a constantes conocidas, con las condiciones de contorno

$$V(0) = V$$
$$V(a) = 0$$

2) Resolver la ecuación de Laplace para encontrar el potencial creado por una esfera cargada uniformemente de radio R con carga Q en puntos exteriores, sabiendo que el potencial en la superficie de esta vale $V(R) = \dfrac{KQ}{R}$. (SUGERENCIA: Como el problema tiene simetría esférica, el operador de Laplace se escribe $\vec{\nabla}^2 \equiv \dfrac{1}{r^2}\dfrac{d}{dr}\left(r^2\dfrac{d}{dr}\right)$)

3) Demostrar que la energía electrostática de una distribución de carga se puede calcular mediante la fórmula

$$\mathcal{E} = \iiint_{\mathbb{R}^3} \frac{1}{2}\varepsilon_0 \vec{E}^2 \, dV \qquad w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \vec{E}^2 \text{ densidad de energía}$$

SUGERENCIA: $\vec{\nabla}(V \cdot \vec{E}) = V\vec{\nabla}\cdot\vec{E} + \vec{E}\cdot(\vec{\nabla}V)$

Aplicar este resultado al cálculo de la energía de una distribución esférica uniforme de radio R. y carga Q.

4) Suponiendo que pueda afirmarse que el campo eléctrico entre dos planos de área S y separados una distancia d es uniforme y constante en el espacio entre los planos y nulo fuera de él, calcula la densidad de energía electrostática y la energía total si la ddp entre los planos es V. Los planos se suponen cargados con densidades iguales y de signo opuesto