E.T.S. de Ingeniería y Diseño Industrial

FISICA II

Primer parcial: Electrostática, Electrocinética y Magnetismo

Grupo M106 (10-4-2024)

Problemas (7p)

1) Un condensador plano-paralelo de placas cuadradas de lado L y separación d se rellena parcialmente con un dieléctrico lineal de permitividad absoluta ε_1 ocupando el espesor completo, como muestra la Figura 1, mientras el resto está al vacío. Al medir la capacidad se encuentra el valor C_1. A continuación se rellena la parte al vacío con otro dieléctrico lineal de permitividad absoluta ε_2 y se vuelve a medir la capacidad, resultando el valor C_2. Con estos datos, se pide:

a) Calcular las porciones de superficie de placa S_1 y S_2 ocupadas por los dos dieléctricos. (**1p**)
b) Si las placas se cargan con la carga libre Q, calcula las densidades de carga libre en cada porción de superficie y la diferencia de potencial entre las placas. (**1p**)
c) Calcula la carga de polarización en cada dieléctrico indicando donde está situada. (**1p**)

2) Demostrar que la capacidad de un condensador cilíndrico de radios a y b y longitud L, Figura 2, relleno completamente con un material dieléctrico lineal de permitividad absoluta ε es $1\mu F$. Se da como dato para el cálculo $\log(b/a) = 2\pi\varepsilon L\cdot 10^6$. (**1p**)

Con este condensador se monta el circuito de la Figura 3, con los valores de V_1=5v, V_2=3v, R_1=2Ω, R_2=3Ω, R_3=2Ω, r_1=r_2=1Ω. Se pide:

a) Cuando el condensador está totalmente cargado, calcula las intensidades por todas las ramas del circuito. (**1p**)
b) Efectúa un balance de potencia. (**1p**)
c) Calcula la carga del condensador e indica cual es la placa positiva. (**1p**)

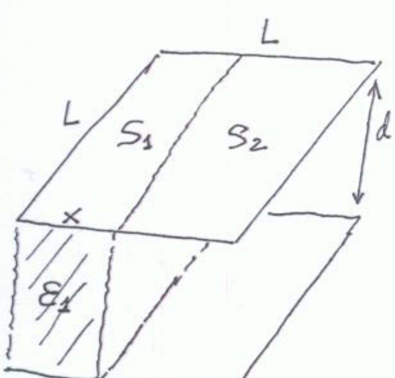


Figura 1

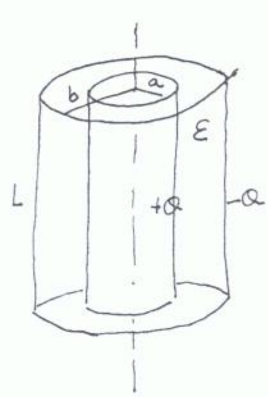


Figura 2

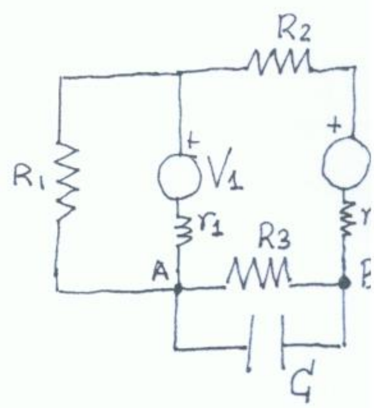


Figura 3

Cuestiones de respuesta corta. (3p)

1)Si una varilla de metal se mueve en el seno de un campo magnético uniforme puede aparecer una diferencia de potencial (ddp) entre sus extremos. Explique el origen de dicha ddp. ¿Hay algún caso especial en el que no se produzca dicha ddp entre los extremos de la varilla? (**1p**)

2) Enuncie la ley de Ampere para el campo magnético y comente en qué situaciones es útil para el cálculo de los campos magnéticos. (**1p**)

3) Explique brevemente que es la fuerza electromotriz en un circuito eléctrico y su relación con los balances de energía asociados a la corriente eléctrica. (**1p**)

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS

1) a) $$C_1 = \frac{\varepsilon_1 S_1}{d} + \frac{\varepsilon_0 S_2}{d}$$ $$C_2 = \frac{\varepsilon_1 S_1}{d} + \frac{\varepsilon_2 S_2}{d}$$

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_0 S_2 = C_1 d \\ \varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_2 S_2 = C_2 d \end{array}\right\} \quad S_1 = \frac{C_1\varepsilon_2 - C_2\varepsilon_0}{\varepsilon_1(\varepsilon_2-\varepsilon_0)} d \qquad S_2 = \frac{(C_2 - C_1)d}{\varepsilon_2 - \varepsilon_0}$$

b) $$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{D_1}{\varepsilon_1} = \frac{D_2}{\varepsilon_2} \Rightarrow \frac{\sigma_{l1}}{\varepsilon_1} = \frac{\sigma_{l2}}{\varepsilon_2}$$

y por otro lado $Q_l = \sigma_{l_1} \cdot S_1 + \sigma_{l_2} S_2$ por tanto.

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_2 \sigma_{l_1} - \sigma_{l_2} \varepsilon_1 = 0 \\ \sigma_{l_1} S_1 + \sigma_{l_2} S_2 = Q \end{array}\right\}$$

$$\sigma_{l_1} = \frac{Q}{S_1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} S_2} = \frac{\varepsilon_1 Q}{\varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_2 S_2}$$

$$\sigma_{l_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\sigma_{l_1} = \frac{\varepsilon_2 Q}{\varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_2 S_2}$$

$$V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E}_1 \, d\vec{r} = \frac{Q \cdot d}{\varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_2 S_2}$$

c) $\vec{P}_1 = \varepsilon_0(\varepsilon_{r_1} - 1)\vec{E}_1 = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)\vec{E}_1$ y $\sigma_p^1 = -(\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \cdot \frac{\sigma_{l_1}}{\varepsilon_1}$ (arriba)

y para el medio (2) $\sigma_p^2 = -(\varepsilon_2 - \varepsilon_0)\frac{\sigma_{l2}}{\varepsilon_2}$

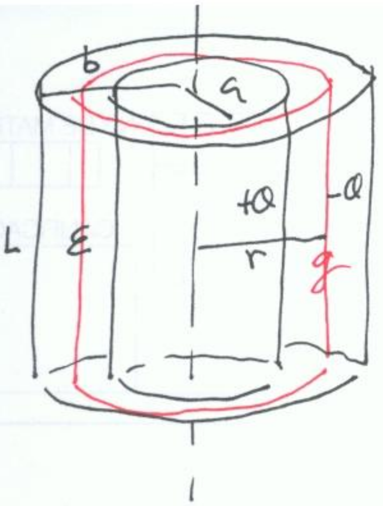
$$\sigma_p^1 = -\frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)Q}{\varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_2 S_2}$$

$$\sigma_p^2 = -\frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_0)Q}{\varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_2 S_2}$$

y con signo negativo en la parte inferior. Además no hay carga en el volumen al ser constante la polarización.

2)

a)



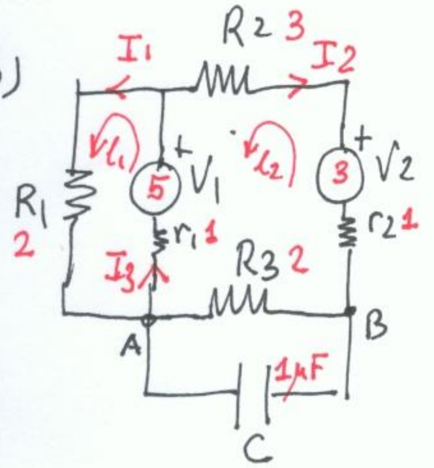
$$\oint_g \vec{D}\,d\vec{S} = Q \Rightarrow \vec{D}(r) = \frac{Q}{2\pi r L}\vec{u}_r$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon r L}\vec{u}_r$$

$$V_1 - V_2 = \int_a^b \frac{Q}{2\pi\varepsilon L}\frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon L}\log\frac{b}{a}$$

y la capacidad vale $C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi\varepsilon L}{\log b/a} = 10^{-6}\,F = 1\mu$

b)



$$\left.\begin{aligned}(R_1+r_1)i_1 - i_2 r_1 &= V_1\\ (R_2+R_3+r_1+r_2)i_2 - i_1 r_1 &= V_2 - V_1\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}3i_1 - i_2 &= 5\\ -i_1 + 7i_2 &= -2\end{aligned}\right|\quad \begin{aligned} i_1 &= 1{,}65\text{ A}\\ i_2 &= -0{,}05\text{ A}\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned}I_1 &= i_1 = 1{,}65\text{ A}\\ I_2 &= -i_2 = 0{,}05\text{ A}\\ I_3 &= I_1 - I_2 = 1{,}7\text{ A}\end{aligned}\right\}$$

c)

$$\left.\begin{aligned}P_{R_1} &= I_1^2\cdot R_1 = 5{,}445\text{ W}\\ P_{R_2} &= I_2^2 R_2 = 0{,}0075\text{ W}\\ P_{R_3} &= I_2^2 R_3 = 0{,}005\text{ W}\\ P_{r_1} &= I_3^2 r_1 = 2{,}89\text{ W}\\ P_{r_2} &= I_2^2 r_2 = 0{,}0025\end{aligned}\right\} P_{JOUL} = 8{,}35\text{ W}$$

$$\left.\begin{aligned}P_{V_1} &= +I_3 V_1 = 8{,}50\\ P_{V_2} &= -I_2\cdot V_2 = -0{,}15\end{aligned}\right] P_V = 8{,}35\text{ W}$$

d) $V_B - V_A = I_2\cdot R_3 = 0{,}1$ Vol $\Rightarrow Q_C = C\cdot(V_B - V_A) = 0{,}1\,\mu C$