Examen de Física II – convocatoria ordinaria
11 de junio de 2020

Soluciones a los problemas

Problema En el plano XY se dispone una carga positiva q_1 en el punto $(x = 0, y = 3)$, una carga negativa q_2 en el punto $(x = 4, y = 3)$ y otra carga Q desconocida en el punto $(x = 4, y = 0)$. Sabiendo que las anteriores coordenadas en el plano XY representan distancias expresadas en metros, calcule la carga Q sabiendo que el potencial eléctrico total se anula en el origen.

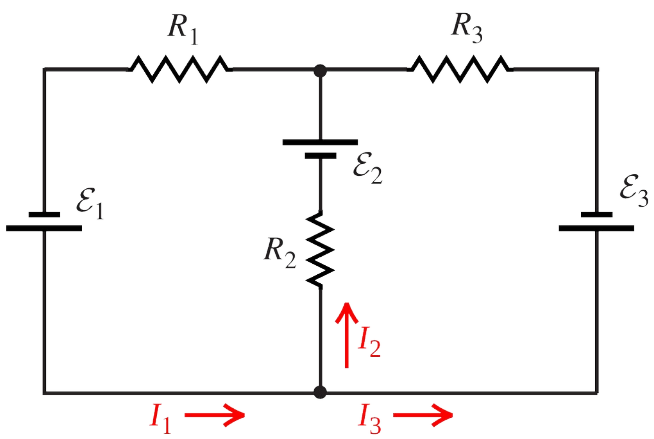
Solución:
El potencial eléctrico total para una distribución de cargas es:

$$V = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} + k\frac{Q}{r_Q} = 0,$$

donde las distancias de las cargas al origen son $r_1 = 3\,\mathrm{m}$, $r_2 = 5\,\mathrm{m}$, $r_Q = 4\,\mathrm{m}$. La carga pedida es entonces:

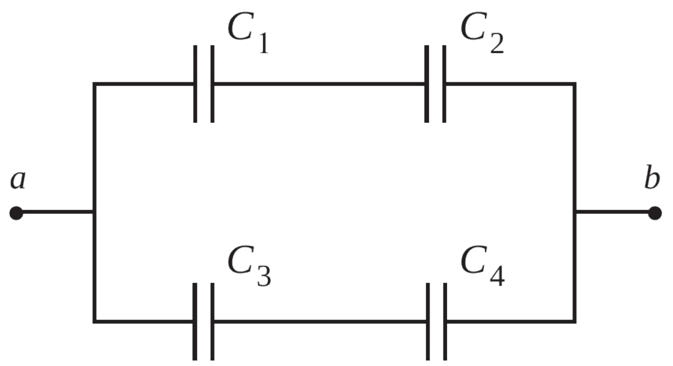
$$Q = -r_Q\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

Problema Con las direcciones de corriente indicadas en la figura, calcule las intensidades I_1, I_2 e I_3



Solución:
Utilizando las leyes de Kirchhoff se pueden obtener las ecuaciones:
Malla izquierda: $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2$
Malla exterior: $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3 = I_1 R_1 + I_3 R_3$
Ley de los nudos: $I_1 = I_2 + I_3$
Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtienen las intensidades I_1, I_2 e I_3.

Problema La asociación de condensadores que muestra la figura se somete a una diferencia de potencial de 100 voltios entre los puntos a y b. ¿Qué condensador soporta la mayor diferencia de potencial entre sus placas?



Solución:
Para cada condensador, la diferencia de potencial entre sus placas es $V = Q/C$ donde la carga $Q = C_{\mathrm{eq}} V_{ab}$, siendo C_{eq} la capacidad equivalente de la rama en la que está el condensador. Para cada condensador se encuentra

$$V_1 = \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} V_{ab} \right) \frac{1}{C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_{ab}$$

y de igual modo se encuentra

$$V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_{ab} \quad , \quad V_3 = \frac{C_4}{C_3 + C_4} V_{ab} \quad , \quad V_4 = \frac{C_3}{C_3 + C_4} V_{ab}$$

Problema Por un solenoide indefinidamente largo y cuyo devanado tiene 625 vueltas/metro circula una corriente alterna de la forma $i(t) = 2\,\mathrm{Sen}(100\pi\, t)\,\mathrm{A}$. En el interior de este solenoide y coaxial con él se introduce otro solenoide más pequeño, de 2cm de radio y cuyo devanado tiene 150 vueltas. Calcule la fuerza electromotriz inducida en el solenoide pequeño en el instante $t = t_0$.

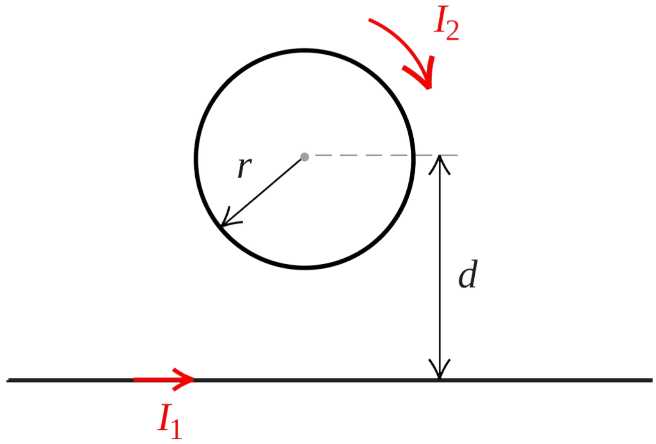
Solución:
El flujo de la inducción magnética a través del solenoide pequeño es

$$\Phi = B \cdot S = \Big(\mu_0\, n\, i(t)\Big) N_2 \pi r^2$$

donde $n = 625\,\mathrm{m}^{-1}$, $N = 150$ y $r = 0.02\,\mathrm{m}$. La fem inducida en $t = t_0$ es

$$fem = -\frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0\, n\, N \pi r^2 \frac{di(t)}{dt} = -\mu_0\, n\, N \pi r^2\, (2 \cdot 100\pi) \cos(100\pi\, t_0)$$

Problema Por un hilo recto e indefinidamente largo circula una corriente $I_1 = 3\,\mathrm{A}$ en la dirección indicada. El hilo se sitúa a una distancia $d = 5\,\mathrm{cm}$ del centro de una espira de radio $r = 2\,\mathrm{cm}$ que transporta una corriente $I_2 = 4\,\mathrm{A}$ en la dirección indicada. Calcule el módulo de la inducción magnética total en el centro de la espira.



Solución:
La intensidad de campo que crean I_1 e I_2 en el centro de la espira son, respectivamente

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, d} \quad , \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2r}$$

Como los vectores $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ tienen la misma dirección pero sentidos contrarios en el centro de la espira, el módulo de la inducción magnética total es

$$B = |B_1 - B_2| = B_2 - B_1$$

Problema En un circuito serie RLC de corriente alterna se tiene que el alternador suministra $120\,\mathrm{V}$de tensión eficaz a una frecuencia f. Si los elementos a los que está conectado este alternador son una resistencia de $250\,\Omega$, una autoinducción de $1.2\,\mathrm{mH}$ y un condensador de $1.8\,\mu\mathrm{F}$, entonces, la tensión eficaz en el condensador será

Solución:
La impedancia del circuito serie RLC es

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2},$$

donde $\omega = 2\pi\, f$. La tensión eficaz en el condensador es entonces:

$$V_{\mathrm{ef,C}} = I_{\mathrm{ef}}\, X_C = \frac{V_{\mathrm{ef}}}{Z}\frac{1}{C\omega} = \frac{V_{\mathrm{ef}}}{Z\, C\, \omega}$$