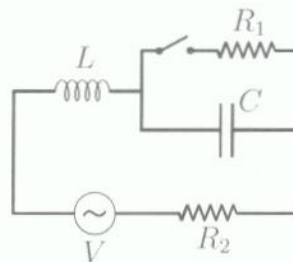




Ejercicio práctico

1. Se considera una distribución de carga eléctrica formada por dos cargas puntuales iguales de $0.3 \mu\text{C}$ situadas en los puntos $(0, a)$ y $(0, -a)$ del plano xy . **a)** Calcule el vector de campo eléctrico y el potencial eléctrico en cualquier punto del eje x , expresando el resultado en función del parámetro a . **b)** Se dispone de 10 J de energía destinados a transportar carga eléctrica positiva desde un punto muy alejado de la distribución hasta el punto $(0, 0)$. Si tomamos $a = 1 \text{ mm}$, ¿cuánta carga eléctrica se podría transportar hasta agotar la energía disponible? **c)** Desde un punto infinitamente alejado de la distribución se lanza hacia ésta una partícula con carga q' y masa m a lo largo del eje x con una velocidad de $1.52 \times 10^7 \text{ m/s}$. Tomando $a = 1 \text{ mm}$, calcule q' y m sabiendo que la partícula tiene una energía cinética de 2.21 MeV a una distancia $4a$ del origen y que la energía cinética se anula a una distancia $2a$. Dato: $1 \text{ MeV} = 1.6 \times 10^{-13} \text{ J}$. (2.5 puntos)

2. Considere el circuito adjunto operando con los siguientes parámetros: $V = 220\sqrt{2} \sin(350t)$, $L = 100 \text{ mH}$, $C = 200 \mu\text{F}$, $R_1 = 3R_2 = 60 \Omega$. Con el interruptor abierto, calcule: **a)** la impedancia equivalente del circuito, **b)** la intensidad eficaz que suministra el generador, indicando su desfase con respecto al voltaje del generador y especificando si está adelantada o retrasada, **c)** la potencia media consumida por el circuito y el factor de potencia, **d)** la frecuencia angular que debería tener el generador para que la corriente y el voltaje suministrados por este oscilasen en fase. **e)** Con el interruptor cerrado, calcule la intensidad eficaz suministrada por el generador y la que circula por cada rama del paralelo. (3.5 puntos)

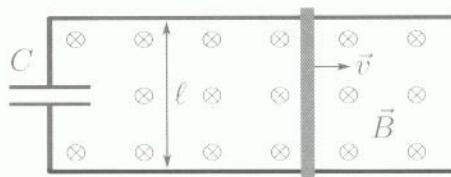


3. Una lente delgada convergente de 10 dioptrías de potencia forma una imagen a partir de un objeto real. Si el tamaño de la imagen es dos veces mayor que el del objeto, calcule la distancia objeto-lente y la distancia lente-imagen sabiendo que: **a)** la imagen que se forma está derecha, **b)** la imagen que se forma está invertida. **c)** Construya gráficamente la imagen en cada caso. (1.5 puntos)

Ejercicio teórico

Desarrolle el siguiente tema de electromagnetismo.

- a) Considere una carga eléctrica Q que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en una región del espacio donde hay un campo eléctrico $\vec{E}$ y un campo magnético $\vec{B}$.
1. Escriba la expresión de la fuerza que experimenta la carga Q en presencia de dichos campos, explicando el origen de cada término.
 2. Explique qué trabajo realiza la componente magnética de la fuerza.
 3. ¿En qué casos se anula la fuerza que experimenta Q ?
- b) Defina el concepto de flujo magnético a través de una superficie y utilícelo para enunciar, formular y explicar mediante algún ejemplo la ley de inducción de Faraday.
- c) En el circuito de la figura, las placas de un condensador de capacidad C están conectadas a un conductor en forma de U cuyas secciones paralelas están separadas una distancia ℓ . Sobre dichas secciones se apoya una barra conductora que se desplaza como indica la figura a una velocidad $\vec{v}$ constante. El circuito está inmerso en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ perpendicular al plano del circuito y con el sentido indicado en la figura. Responda justificadamente a las siguientes cuestiones:
1. ¿Qué sentido (horario o antihorario) tiene la corriente generada por la fuerza electromotriz inducida?
 2. ¿En qué placa del condensador (superior o inferior) se almacena la carga positiva? ¿Cambia la polaridad del condensador si cambia el sentido de $\vec{B}$?
 3. ¿Cómo cambia la carga que almacena el condensador si aumenta la separación ℓ entre las secciones paralelas del conductor? ¿Y si aumenta el módulo de la velocidad $\vec{v}$?



(2.5 puntos)

La duración total del examen es de 2.45 horas

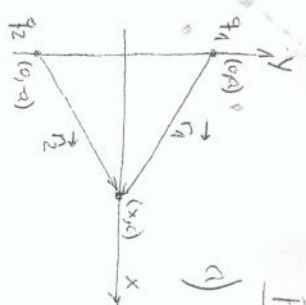
Fecha de publicación de preactas: 21 de junio

Fechas de revisión de exámenes: 24 al 26 de junio (consulte horario con su profesor)

Fecha de publicación de actas: 28 de junio

PROBLEMA 1

SOLUCIÓN



$$a) \vec{E}_1 = k \frac{q_1}{r_1^3} \vec{r}_1 = \frac{kq}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \{x\vec{e}_x - a\vec{e}_y\}$$

$$\vec{E}_2 = k \frac{q_2}{r_2^3} \vec{r}_2 = \frac{kq}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \{x\vec{e}_x + a\vec{e}_y\}$$

$$q_1 = q_2 = q = 0.3 \mu C$$

$$r_1 = r_2 = (x^2 + a^2)^{1/2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{2kq}{(x^2 + a^2)^{3/2}} x \vec{e}_x$$

$$V(x, 0) = V_1 + V_2 = k \left\{ \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right\} = k \left\{ \frac{q}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \frac{q}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right\} = \frac{2kq}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$b) V_1 = q_1 V(x, 0) = q_1 \frac{2kq}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{2kq q_1}{\sqrt{x^2 + a^2}} = 10 J$$

$$q_1' = \frac{10 J}{2kq/a} = \frac{10 J}{2 \times 9 \times 10^9 \times 0.3 \times 10^{-6} / 10^{-3}} = 1.85 \mu C$$

c) Conservación de la energía (cinética + potencial eléctrica)

$$X = 4a \Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 = 2.21 MeV + q_1' V(4a, 0) = 2.21 MeV + \frac{2kq q_1'}{a \sqrt{17}}$$

$$X = 2a \Rightarrow \frac{1}{2} m v_i^2 = q_1' V(2a, 0) = \frac{2kq q_1'}{a \sqrt{5}}$$

$$\text{Restando ecuaciones} \Rightarrow \frac{2kq q_1'}{a} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{17}} \right) = 2.21 MeV$$

$$q_1' = \frac{2 \times 9 \times 10^9 \times 0.3 \times 10^{-6} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{17}} \right)}{10^{-3}} C = 3.2 \times 10^{-19} C$$

Sustituyendo q_1' en la ecuación para $X = 2a$:

$$m = \frac{417 q q_1'}{v_f^2 a \sqrt{5}} = \frac{4 \times 9 \times 10^9 \times 0.3 \times 10^{-6} \times 3.2 \times 10^{-19}}{(1.52 \times 10^3)^2 \times 10^{-3} \sqrt{5}} kg = 6.69 \times 10^{-24} kg$$

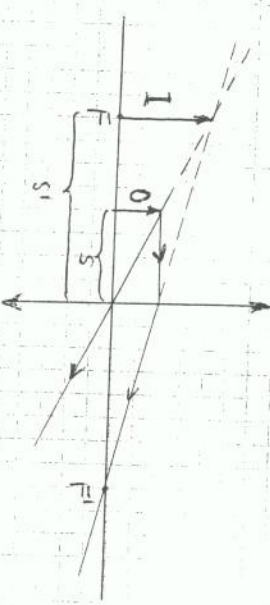
PROBLEMA 3

$$P - 10 D \Rightarrow f = 10 cm = 10 cm$$

$$a) \text{ Imagen derecha: } m = 2 = \frac{s'}{s} \Rightarrow s' = 25$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{25} - \frac{1}{s} = \frac{1}{8} \Rightarrow \left[s = 8 \times \left(-\frac{1}{2} \right) = -5 cm \right]$$

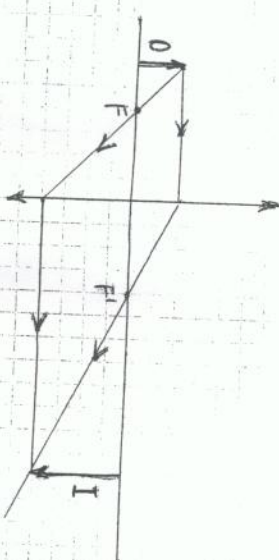
$$s' = 25 = -10 cm$$



$$b) \text{ Imagen invertida: } m = -2 = \frac{s'}{s} \Rightarrow s' = -25$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow -\frac{1}{25} - \frac{1}{s} = \frac{1}{8} \Rightarrow \left[s = 8 \times \left(-\frac{3}{2} \right) = -15 cm \right]$$

$$s' = -25 = 30 cm$$



PROBLEMA 2

$$a) \underline{Z} = [R_2^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2]^{\frac{1}{2}} = [20^2 + (0.1 \times 350 - \frac{1}{2 \times 10^{-4} \times 350})^2]^{\frac{1}{2}} \Omega = 28.79 \Omega$$

$$b) \underline{I_{ef}} = \frac{V_{ef}}{\underline{Z}} = \frac{220}{28.79} A = 7.64 A$$

$$\varphi = \arctg \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = 46.01^\circ$$

$\vec{I}$ retrasada con respecto a V

$$c) \underline{P} = V_{ef} I_{ef} \cos \varphi = 220 \times 7.64 \times 0.69 W = 1159.75 W$$

$$\cos \varphi = \cos 46.01^\circ = 0.69$$

$$d) \underline{\omega} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.1 \times 2 \times 10^{-4}}} \text{ rad/s} = 223.61 \text{ rad/s}$$

e) Impedancia compleja equivalente $\underline{Z}^*$:

$$\underline{Z}^* = (20 + 0.1 \times 350j) \Omega + \underline{Z}_p^* = 31.63 \angle 42.77^\circ \Omega$$

Impedancia compleja del paralelo $\underline{Z}_p^*$:

$$\underline{Z}_p^* = \frac{-\frac{R_1}{\omega C}j}{R_1 - \frac{1}{\omega C}j} = 13.90 \angle -76.61^\circ \Omega$$

Intensidad eficaz general:

$$I^* = \frac{V^*}{\underline{Z}^*} = \frac{220 \angle 0^\circ}{31.63 \angle 42.77^\circ} A = 9.84 \angle -42.77^\circ A$$

$$\underline{I_{ef}} = \frac{220}{31.63} A = 6.96 A$$

Diferencia de potencial en el paralelo, V_p^*

$$V_p^* = I^* \underline{Z}_p^* = (9.84 \angle -42.77^\circ) (13.90 \angle -76.61^\circ \Omega) = 136.78 \angle -119.38^\circ V$$

Rama superior:

$$I_R^* = \frac{V_p^*}{R_1} = \frac{136.78 \angle -119.38^\circ}{60 \angle 0^\circ} A = 2.28 \angle -119.38^\circ A$$

$$\underline{I_{efR_1}} = \frac{2.28 A}{\sqrt{2}} = 1.61 A$$

Rama inferior:

$$I_C^* = \frac{V_p^*}{-\frac{1}{\omega C}j} = \frac{136.78 \angle -119.38^\circ}{14.29 \angle -90^\circ} A = 9.57 \angle -29.38^\circ A$$

$$\underline{I_{efC}} = \frac{9.57 A}{\sqrt{2}} = 6.77 A$$

EJERCICIO TEÓRICO

6

a.1) $\boxed{\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = \vec{F}_{\text{el\u00e9ctrica}} + \vec{F}_{\text{magn\u00e9tica}}}$

a.2) $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$ perpendicular a $\vec{v}$, y por tanto al desplazamiento $d\vec{r} = \vec{v} dt \Rightarrow \boxed{dW = q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot (\vec{v} dt) = 0}$

a.3) $\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = 0 \Rightarrow$ Movimiento rectil\u00edneo y uniforme
 $\vec{v} = \vec{v}_\perp + \vec{v}_\parallel$; componentes de $\vec{v}$ perpendicular ($\vec{v}_\perp$) y paralela ($\vec{v}_\parallel$) al campo $\vec{B}$.

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v}_\perp + \vec{v}_\parallel) \times \vec{B} = q\vec{E} + q\vec{v}_\perp \times \vec{B} = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \vec{E} = -\vec{v}_\perp \times \vec{B} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_\perp| = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|}}$$

Ejemplos : Selector de velocidades, efecto Hall

c.1) Sentido antihorario

c.2) Placa superior. La polaridad cambia

c.3) La carga aumenta al aumentar l y al aumentar $|\vec{v}|$.