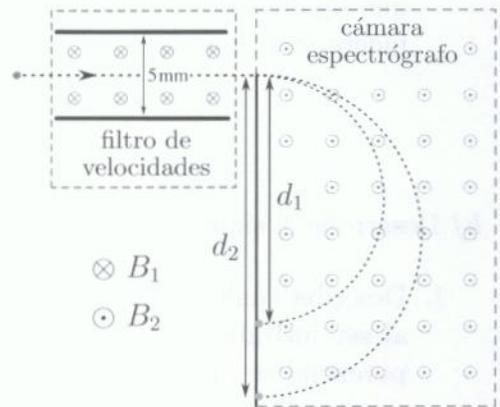


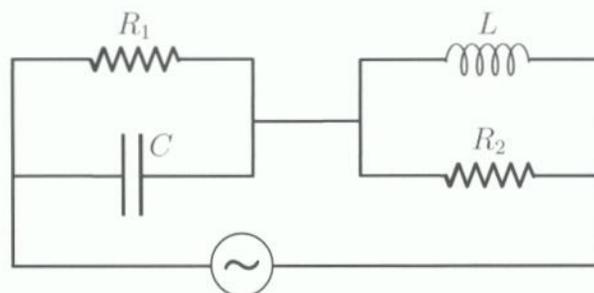
Ejercicio práctico

1. Tres bombillas cuya potencia nominal es 20 W, 40 W y 60 W funcionan correctamente con la misma tensión nominal de 220 V de corriente continua. Las bombillas se conectan en serie entre dos puntos con una diferencia de potencial de 440 V. **a)** Calcule la potencia disipada por cada una de las bombillas. **b)** ¿A qué tensión máxima puede conectarse la disposición en serie sin que la bombilla de 20 W se funda? **(1.7 puntos)**

2. El filtro de velocidades de un espectrógrafo de masas consta de un campo magnético uniforme $B_1 = 10\text{ T}$ y del campo eléctrico creado por un condensador plano. Al filtro entran dos tipos distintos de iones, con masas de 38.96 u.m.a. y 40.96 u.m.a. Los dos tipos de iones tienen la misma carga eléctrica, $1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$. Ajustando la distancia entre las armaduras del condensador a 5 mm se consigue un campo eléctrico tal que sólo los iones con una velocidad de 300 km/s no se desvían y atraviesan el filtro. A continuación los iones ingresan en la cámara del espectrógrafo, donde en ausencia de campo eléctrico sus trayectorias se curvan por acción de un campo magnético B_2 . Se registran dos impactos en la placa fotográfica, uno de ellos a una distancia $d_1 = 30\text{ cm}$ del orificio de entrada. Calcule: **a)** la diferencia de potencial entre las armaduras del condensador y su polaridad, **b)** la magnitud del campo magnético B_2 , **c)** la distancia d_2 al segundo impacto, **d)** la energía cinética de los iones (expresada en keV) cuando impactan sobre la placa fotográfica. Datos: $1\text{ u.m.a.} = 1.66 \times 10^{-27}\text{ kg}$; $1\text{ keV} = 1.6 \times 10^{-16}\text{ J}$. **(3 puntos)**



3. En el circuito mostrado en la figura $R_1 = R_2 = 500\ \Omega$, la reactancia capacitiva es $250\ \Omega$, la reactancia inductiva es $400\ \Omega$ y el generador proporciona una diferencia de potencial sinusoidal de valor eficaz 500 V y frecuencia 50 Hz. Calcule: **a)** la intensidad eficaz general que circula por el circuito, **b)** la tensión que soportan el condensador y la autoinducción, **c)** la potencia media consumida por cada resistencia. **d)** Utilizando el factor de potencia global del circuito, calcule la potencia media disipada en el mismo y compare este resultado con el del aparatado anterior. **(2.8 puntos)**



Ejercicio teórico

a) Desarrolle el siguiente tema de Electrostática.

1. Defina los conceptos de campo y potencial eléctrico generados por una carga puntual, explique su significado físico y obtenga la expresión general de ambas magnitudes para una distribución de N cargas puntuales en un punto cualquiera del espacio.
2. Introduzca el concepto de energía potencial eléctrica debida a una carga puntual y explique su significado físico y cuál es su relación con el potencial eléctrico. Explique qué significa que el campo electrostático sea conservativo, justificando convenientemente su respuesta.

(1.25 puntos)

b) Desarrolle el siguiente tema de Capacidad.

1. Describa cualitativamente qué le ocurre a un material dieléctrico a nivel molecular al ser introducido entre las placas de un condensador cargado cuya diferencia de potencial se mantiene constante. Para el caso de un dieléctrico lineal, homogéneo e isotrópico, explique en términos de qué magnitudes físicas puede determinarse la respuesta del dieléctrico al campo eléctrico externo, obteniendo las ecuaciones correspondientes.
2. Para un condensador de capacidad C_0 que almacena una carga Q_0 y tiene sus armaduras aisladas y separadas por una capa de vacío, calcule cómo cambian la diferencia de potencial entre placas y la energía eléctrica almacenada al rellenarse el espacio entre armaduras con un material dieléctrico de permitividad relativa ϵ_r .

(1.25 puntos)

La duración total del examen es de 2 h 30 min

Fecha de publicación de preactas: 15 de julio

Fechas de revisión de exámenes: 16 al 18 de julio (consulte horario con su profesor)

Fecha de publicación de actas: 19 de julio

PROBLEMA 1

Usando $P = V^2/R$ se obtiene:

$$R_1 = \frac{220^2}{20} \Omega = 2420 \Omega ; R_2 = \frac{220^2}{40} \Omega = 1210 \Omega ; R_3 = \frac{220^2}{60} \Omega \approx 806.67 \Omega$$

Con potencial de 440V, la intensidad de corriente es:

$$i = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{440}{\frac{13310}{3}} A = \frac{12}{121} A \approx 0.0992 A$$

$$a) \boxed{P_1 = i^2 R_1 = \left(\frac{12}{121}\right)^2 \frac{220^2}{20} W = \frac{2880}{121} W \approx 23.80 W}$$

$$\boxed{P_2 = i^2 R_2 = \left(\frac{12}{121}\right)^2 \frac{220^2}{40} W = \frac{1440}{121} W \approx 11.90 W}$$

$$\boxed{P_3 = i^2 R_3 = \left(\frac{12}{121}\right)^2 \frac{220^2}{60} W = \frac{960}{121} W \approx 7.93 W}$$

$$b) \left. \begin{aligned} P_1 = i^2 R_1 &= \left(\frac{V'}{R_1 + R_2 + R_3}\right)^2 R_1 \\ P_1 &= 20W \end{aligned} \right\} \boxed{V' = (R_1 + R_2 + R_3) \sqrt{\frac{20W}{R_1}} = \frac{1210}{3} V \approx 403.3 V}$$

Atrevido!

PROBLEMA 2

Fuerza de Lorentz nula para $v = 300 \text{ km/s}$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \Rightarrow E = v \cdot B = 300 \times 10^3 \text{ m/s} \times 10 \text{ T} = 3 \times 10^6 \text{ V/m}$$

a) $V_{\text{Condens}} = E \cdot d = 3 \times 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}} \times 0.005 \text{ m} = 15 \times 10^3 \text{ V}$

b) Para iones con $m = 38.96 \text{ uma} \Rightarrow R = \frac{1}{2} d_1 = 0.15 \text{ m}$

$$B_2 = \frac{m v}{q R} = \frac{38.96 \text{ uma} \times 300 \times 10^3 \text{ m/s}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 0.15 \text{ m}} \times \frac{1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ uma}} \approx 0.8084 \text{ T}$$

c) Para iones con $m = 40.96 \text{ uma}$:

$$R = \frac{m v}{q B_2} = \frac{40.96 \text{ uma} \times 300 \times 10^3 \text{ m/s}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 0.8084 \text{ T}} \times \frac{1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ uma}} \approx 0.1577 \text{ m}$$

d) Para iones con $m = 38.96 \text{ uma}$:

$$E = \frac{1}{2} (38.96) \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot (3 \times 10^5 \text{ m/s})^2 \times \frac{1 \text{ keV}}{1.6 \times 10^{-16} \text{ J}} \approx 18.19 \text{ keV}$$

Para iones con $m = 40.96 \text{ uma}$:

$$E = \frac{1}{2} \times 40.96 \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot (3 \times 10^5 \text{ m/s})^2 \times \frac{1 \text{ keV}}{1.6 \times 10^{-16} \text{ J}} \approx 19.12 \text{ keV}$$

PROBLEMA 3

Impedancia compleja equivalente: Z^*

$$Z^* = Z_{R_1C}^* + Z_{R_2L}^* = \underbrace{\frac{-R_1 X_C j}{R_1 - X_C j}}_{Z_{R_1C}^*} + \underbrace{\frac{R_2 X_L j}{R_2 + X_L j}}_{Z_{R_2L}^*} = \begin{cases} R_1 = 500 \Omega \\ R_2 = 500 \Omega \\ X_C = 250 \Omega \\ X_L = 400 \Omega \end{cases}$$

$$= \underbrace{(100 - 200j) \Omega}_{Z_{R_1C}^*} + \underbrace{\left(\frac{8000}{41} + \frac{10000j}{41} \right) \Omega}_{Z_{R_2L}^*} = \left(\frac{12100}{41} + \frac{1800j}{41} \right) \Omega$$

Se tiene que:

$$Z^* = R_{eq} + X_{Leq} j \quad \text{con} \quad \left\{ R_{eq} = \frac{12100}{41} \Omega \right\} \text{ y } \left\{ X_{Leq} = \frac{1800}{41} \Omega \right\}$$

$$a) \quad i_{ef} = \frac{V_{ef}}{|Z^*|} = \frac{500}{\sqrt{\left(\frac{12100}{41}\right)^2 + \left(\frac{1800}{41}\right)^2}} \text{ A} = \frac{5 \times 41}{\sqrt{121^2 + 18^2}} \text{ A}$$

$$\approx 1.6758 \text{ A}$$

$$b) \quad V_{ef,C} = i_{ef} \cdot |Z_{R_1C}^*| = \frac{5 \times 41}{\sqrt{121^2 + 18^2}} \times \sqrt{100^2 + 200^2} \text{ V} \approx 374.72 \text{ V}$$

$$V_{ef,L} = i_{ef} \cdot |Z_{R_2L}^*| = \frac{5 \times 41}{\sqrt{121^2 + 18^2}} \times \sqrt{\left(\frac{8000}{41}\right)^2 + \left(\frac{10000}{41}\right)^2} \text{ V} \approx 523.43 \text{ V}$$

c) $\text{Re}(Z_{R_1C}^*) \equiv$ Parte real de la impedancia compleja $Z_{R_1C}^*$

$$\overline{P}_{R_1} = i_{ef}^2 \text{Re}(Z_{R_1C}^*) = \left(\frac{5 \times 41}{\sqrt{121^2 + 18^2}} \right)^2 \times 100 \text{ W} = \frac{20500}{73} \text{ W} \approx 280.82 \text{ W}$$

$$\overline{P}_{R_2} = i_{ef}^2 \operatorname{Re}(Z_{R_2}^*) = \left(\frac{5 \times 41}{\sqrt{121^2 + 18^2}} \right)^2 \times \frac{8000}{41} \text{ W} = \frac{40000}{73} \text{ W} \approx 547.95 \text{ W}$$

d) Después para el circuito equivalente: $Z^* = R_{eq} + X_{L,eq} j$

$$\varphi = \operatorname{arc. tg} \frac{X_{L,eq}}{R_{eq}} = \operatorname{arc. tg} \left(\frac{\frac{1800}{41}}{\frac{12100}{41}} \right) = \operatorname{arc. tg} \left(\frac{18}{121} \right) \approx 8.46^\circ$$

Factor de potencia:

$$\cos \varphi = \cos \left(\operatorname{arc. tg} \left[\frac{18}{121} \right] \right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{18}{121} \right)^2}} = \frac{121}{\sqrt{121^2 + 18^2}} \approx 0.989$$

Potencia media consumida por el circuito equivalente:

$$\overline{P} = V_{ef} \cdot i_{ef} \cdot \cos \varphi = 500 \times \left(\frac{5 \times 41}{\sqrt{121^2 + 18^2}} \right) \cdot \frac{121}{\sqrt{121^2 + 18^2}} \text{ W} = \frac{60500 \text{ W}}{73} \approx 828.77 \text{ W}$$

Se comprueba trivialmente que:

$$\overline{P}_{R_1} + \overline{P}_{R_2} = \frac{20500 \text{ W}}{73} + \frac{40000 \text{ W}}{73} = \frac{60500 \text{ W}}{73} = \overline{P}$$