

MECÁNICA DE FLUIDOS

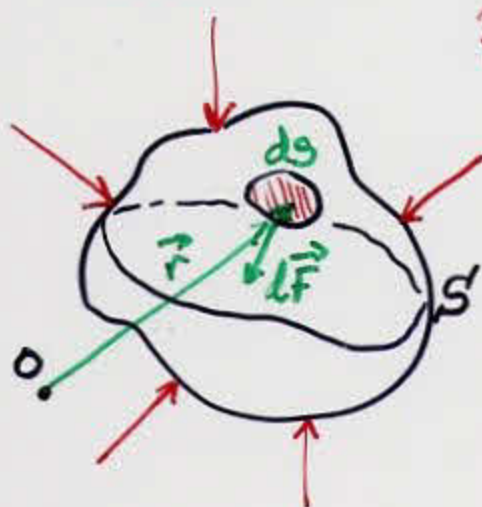
1

(MECÁNICA DE LOS MEDIOS CONTINUOS) $\rightarrow$ SISTEMAS DE MUCHAS PARTÍCULAS

ELEMENTO DE FLUIDO : $dV = dx \cdot dy \cdot dz$

1- ESTÁTICA DE FLUIDOS

UN FLUIDO ESTÁTICO VIENE CARACTERIZADO POR UN CAMPO ESCALAR DE PRESIONES



$P(\vec{r})$

$$[P] = F/S$$

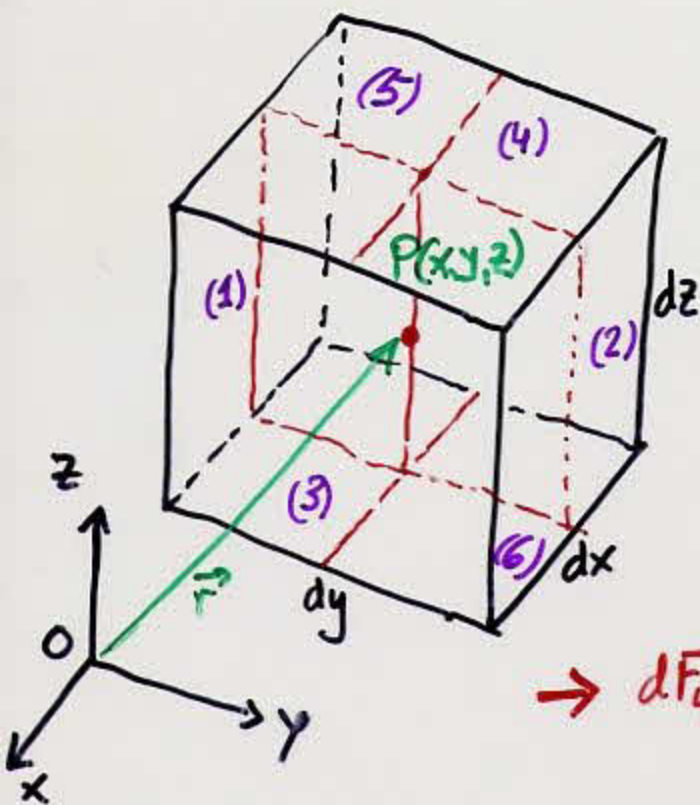
$$\oint_S P(\vec{r}) d\vec{S} = \vec{F}_S$$

ECUACIÓN DE UN FLUIDO ESTÁTICO : TODOS SUS ELEMENTOS SON ESTÁTICOS



$$d\vec{F}_{EXT} + d\vec{F}_{INT} = 0$$

DONDE $d\vec{F}_{INT}$ SON LAS FUERZAS SOBRE dV DEBIDAS AL RESTO DEL FLUIDO (SON FUERZAS INTERNAS) Y PUEDEN EVALUARSE A TRAVÉS DEL CAMPO DE PRESIONES



CONOCIDO P EN $\vec{r}:(x,y,z)$, LAS FUERZAS INTERIORES SOBRE EL ELEMENTO DE FLUIDO dv SE PUEDEN EVALUAR COMO SIGUE

a) DIRECCION X

$$dF_x = dF_4 - dF_3$$

$$\begin{aligned} \rightarrow dF_4 &= P(x - \frac{dx}{2}, y, z) dy dz = \\ &= \left[P(x, y, z) - \frac{\partial P}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dy dz = \end{aligned}$$

$$= P(x, y, z) \cdot dy \cdot dz - \frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial x} dx dy dz$$

$$\rightarrow dF_3 = P(x + \frac{dx}{2}, y, z) dy dz = P(x, y, z) dy dz + \frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial x} dx dy dz$$

$$dF_x = - \frac{\partial P}{\partial x} dx dy dz$$

b) DIRECCION Y

$$dF_y = - \frac{\partial P}{\partial y} dx dy dz$$

c) DIRECCION Z

$$dF_z = - \frac{\partial P}{\partial z} dx dy dz$$

$$\vec{dF}_{INT} = - \vec{\nabla} P \cdot dv$$

$$d\vec{F}_{EXT} + d\vec{F}_{INT} = 0 \Rightarrow d\vec{F}_{EXT} - \vec{\nabla} P \cdot dV = 0$$

PERO $dV = \frac{1}{\rho} dm$

$$\frac{d\vec{F}_{EXT}}{dm} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P = 0 \Rightarrow \vec{f}_e - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P = 0$$

ECUACIÓN
FUNDAMENTAL
DE LA ESTÁTICA
DE FLUIDOS

$\vec{f}_e$ SON LAS FUERZAS EXTERNAS POR
UNIDAD DE MASA DE FLUIDO

ESTA ECUACIÓN ES LA QUE PERMITE CALCULAR EL CAMPO DE PRESIONES SIEMPRE QUE $\vec{f}_e$ SEAN CONOCIDAS

APLICACIÓN: FLUIDO EN EL CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE

$$\vec{f}_e = -\vec{g} \Rightarrow \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P = -\vec{g}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \Rightarrow P \neq P(x)$$

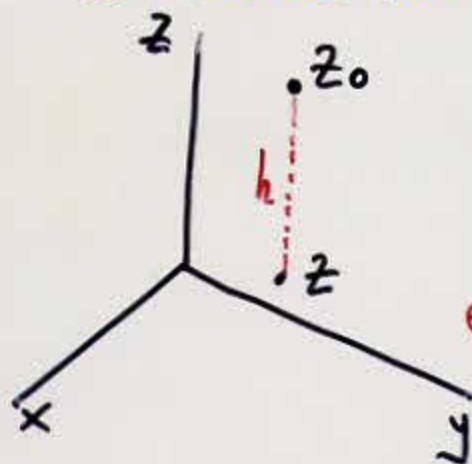
$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \Rightarrow P \neq P(y)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \Rightarrow P(z) = P(z_0) - g \int_{z_0}^z \rho(z) dz$$

DEBEMOS SABER COMO SE COMPORTA ρ . HAY VARIAS POSIBILIDAD.

1- FLUIDO INCOMPRESIBLE : $\rho = \text{cte.}$

4



$$P(z) = P(z_0) - \rho g \underbrace{(z - z_0)}_{-h} = P(z_0) + \rho g h$$

ESTE ES EL LLAMADO "CAMPO HIDROSTATICO"

2- FLUIDO COMPRESIBLE TIPO GAS IDEAL

$$P \cdot V = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} \quad \begin{matrix} \nearrow \\ n = \frac{m}{M} \end{matrix} \quad \frac{m}{V} \frac{RT}{\underbrace{M}_{\kappa}} = \rho \cdot \kappa \Rightarrow \rho = \frac{P}{\kappa}$$

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g = -\frac{g}{\kappa} \cdot P \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{g}{\kappa} dz \Rightarrow$$

$$P(z) = P(z_0) e^{-\frac{g}{\kappa}(z-z_0)} = P(z_0) e^{\frac{g}{\kappa}h}$$

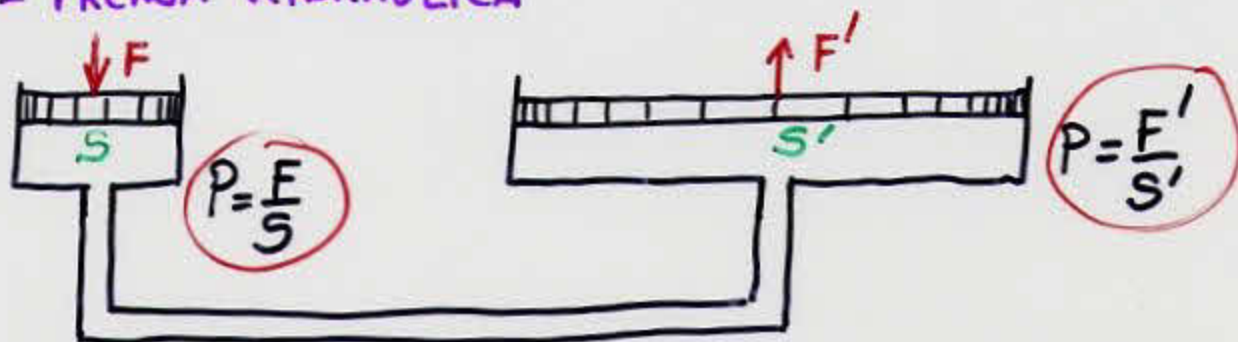
3- OTRAS POSIBILIDADES...

1- PRINCIPIO DE PASCAL

$$P(z) = P(z_0) + \rho g h$$

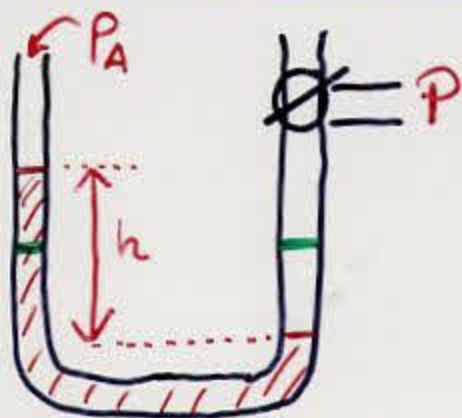
$$\text{Si } P(z_0) \rightarrow P(z_0) + \Delta P \Rightarrow P(z) \rightarrow P(z) + \Delta P$$

2- PRENSA HIDRAULICA

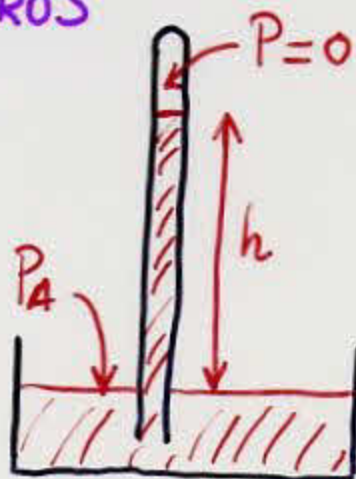


$$\frac{F'}{S'} = \frac{F}{S} \Rightarrow F' = \frac{S'}{S} F$$

3- MANOMETROS Y BAROMETROS

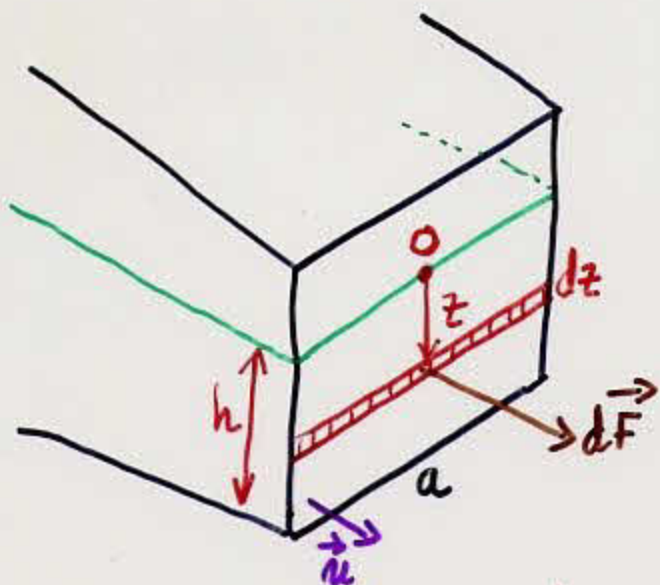


$$P = P_A + \rho g h$$



$$P_A = \rho g h$$

4- FUERZA SOBRE PAREDES PLANAS DE CONTENCIÓN



$$\vec{F} = \int_{\text{PARED}} d\vec{F} = F \cdot \vec{u}$$

$$|d\vec{F}| = P(z) \cdot dS = P(z) \cdot a \cdot dz$$

CON $P(z) = P(0) + \rho g z$

$$F = \int_{\text{PARED}} |d\vec{F}| = \int_0^h (P_A + \rho g z) a dz = P_A a h + \rho g a \frac{h^2}{2}$$

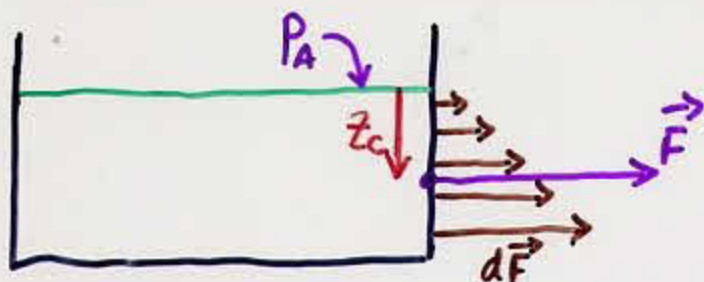
En el caso de que pueda despreciarse P_A frente a $\rho g h$

$$F = \frac{\rho g a h^2}{2} = \frac{\rho g S \cdot h}{2}$$

$S \equiv$ AREA DE LA PARTE SUMERGIDA

¿ DONDE SE APLICA $\vec{F}$?

R: EN EL CENTRO DE PRESIÓN



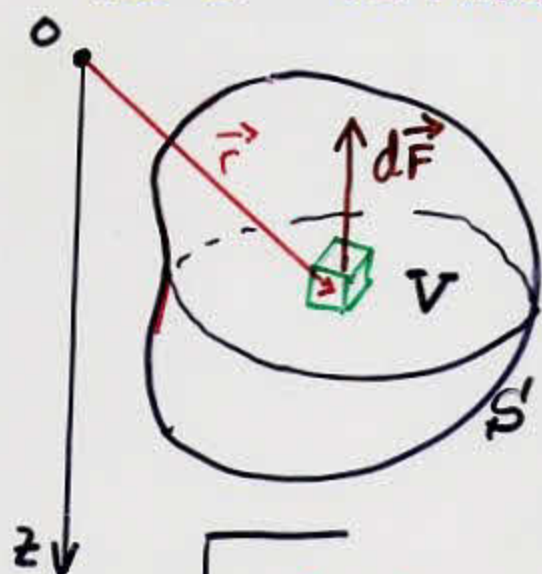
$$\vec{r}_c \times \vec{F} = \int \vec{r} \times d\vec{F} \Rightarrow z_c \cdot F = \int_0^h z \cdot P(z) a dz$$

$$z_c = \frac{1}{F} \int_0^h \rho g a z^2 dz = \frac{1}{F} \rho g a \frac{h^3}{3} = \frac{2}{3} h$$

P_A DESPRECIABLE

5 - FUERZAS SOBRE CUERPOS SUMERGIDOS. TEOREMA DE ARQUÍMEDES

7



$$d\vec{F} = -\vec{\nabla}P \cdot dV$$

$$P(\vec{r}) = \rho g z + C \Rightarrow \vec{\nabla}P = \rho g \vec{k}$$

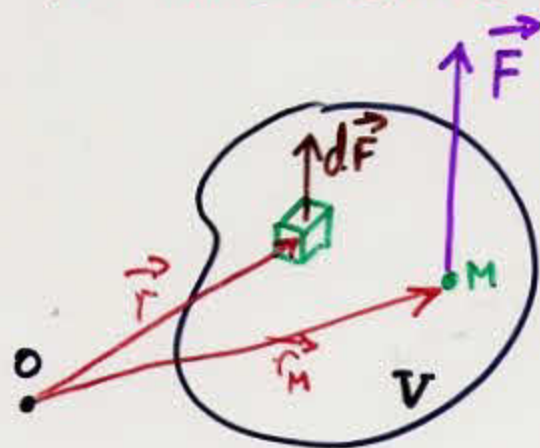
$$d\vec{F} = -\rho g dV \vec{k}$$

$$\boxed{\vec{F} = \int_V -\rho g dV \cdot \vec{k} = -\rho g V \cdot \vec{k}}$$

↑ FLUIDO
↑ CUERPO SUMERGIDO

¿ DONDE SE APLICA EL EMPUJE $\vec{F}$?

R: EN EL CENTRO DE EMPUJE O METACENTRO



$$\vec{r}_M \times \vec{F} = \int_V \vec{r} \times d\vec{F}$$

$$\vec{r}_M \times F \cdot \vec{k} = \int_V \vec{r} \times \rho g dV \vec{k}$$

$$\vec{r}_M = \frac{1}{F} \rho g \int_V \vec{r} dV = \frac{1}{V} \int_V \vec{r} dV$$

PARA CUERPOS HOMOGÉNEOS $\rho_c = cte$, EL METACENTRO COINCIDE CON EL CDG. (O.C.M.)

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int_V \vec{r} \cdot \rho_c \cdot dV = \frac{1}{V} \int_V \vec{r} dV = \vec{r}_M$$