

Soluciones

1

1) Para la colisión se tiene que

a) conservación del momento lineal

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) \cdot v \quad (1)$$

b) balance de energía de la colisión:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + Q = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 \quad (2)$$

c) Tras la colisión las dos partículas unidas comprimen el muelle.

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = \frac{1}{2} k x^2 \quad (3)$$

Tenemos 3 ecuaciones (1), (2) y (3) con 3 incógnitas que pueden ser v_1 , v y Q .

→ En la primera pregunta se conoce v_1 por tanto (1) y (2) forman un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas, v y Q

$$\text{de (1)} \Rightarrow v = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

$$\text{de (2)} \Rightarrow Q = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = -\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2$$

Como $Q < 0$ es una reacción o colisión endoenergética, es más, puede verse que Q representa la energía relativa (cinética) alrededor del C.D.M. que habría inicialmente. En efecto,

antes del choque $v_{CM} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$ y $v_1' = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_1$ y $v_2' = -\frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$

son las velocidades del C.M. y las relativas a dicho C.M., por lo que

$$T_{REL} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2$$

→ En la segunda pregunta no se conoce v_1 por lo que hay que usar las tres ecuaciones. En particular es necesaria la (3) ya que nos proporciona directamente el valor de v y por consiguiente, mediante (1), el de v_1

$$\text{de (3)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{kx^2}{m_1+m_2}}$$

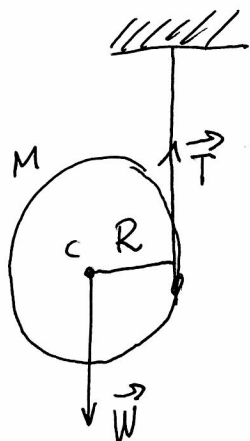
$$\text{de (1)} \Rightarrow v_1 = \frac{m_1+m_2}{m_1} \cdot \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \cdot x = \frac{x}{m_1} \sqrt{k(m_1+m_2)}$$

de (2) $\Rightarrow$ (del resultado del apartado anterior)

$$Q = -\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} v_1^2 = -\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} \cdot \frac{x^2}{m_1^2} k (m_1+m_2) =$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{m_2}{m_1} k x^2$$

2) a) Suponiendo que no existe la masa colgante

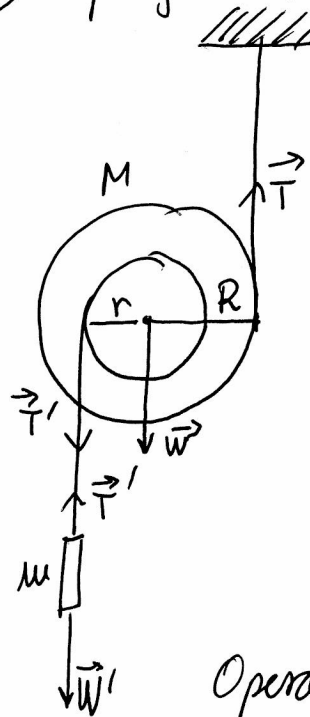


$$\left. \begin{aligned} Ma_c &= Mg - T \\ I_c \cdot \alpha &= R \cdot T \\ a_c &= \alpha \cdot R \end{aligned} \right\} \begin{aligned} Ma_c &= Mg - \frac{I_c}{R^2} a_c \\ \left[a_c &= \frac{Mg}{\left(M + \frac{I_c}{R^2}\right)} \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{3} g$$

$I_c = \frac{1}{2} MR^2$

b) Supongamos ahora que existe la masa colgante.



$$\left. \begin{aligned} m \cdot a &= mg - T' \\ M a_c &= T' + Mg - T \\ I_c \alpha &= RT + r \cdot T' \\ a_c &= \alpha \cdot R \\ a &= a_c + \alpha \cdot R \end{aligned} \right\}$$

Operando sobre el sistema queda un conjunto de 3 ecs. con 3 incógnitas a_c, T y T'

$$\left. \begin{aligned} m \left(1 + \frac{r}{R}\right) a_c + T' &= mg \\ M a_c + T - T' &= Mg \\ \frac{I_c}{R} a_c - RT - rT' &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$a_c = \frac{\begin{vmatrix} mg & 0 & 1 \\ Mg & 1 & -1 \\ 0 & -R & -r \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} m(1+\frac{r}{R}) & 0 & 1 \\ M & 1 & -1 \\ \frac{I_c}{R} & -R & -r \end{vmatrix}} = \frac{(R+r)mg + RMg}{(R+r)m(1+\frac{r}{R}) + \frac{3}{2}MR}$$

donde se ha sustituido I_c por $\frac{1}{2}MR^2$