Fecha: 14-01-2025 CURSO: 2024-25

Fecha de publicación de las preactas: 28 de enero de 2025

Fecha de solicitud de revisión del examen ante el Tribunal de la asignatura: 30 y 31 de enero de 2025

Consultar al profesor del grupo las fechas de publicación previa de las calificaciones de cada grupo y de la revisión preliminar del examen ante el profesor.

Nombre del alumno/a:

Grupo Teoría:

PARTE A: Teoría 4 PUNTOS

A1. Test (2 puntos): Sólo hay una respuesta correcta. Cada respuesta correcta cuenta 0.5 puntos y cada respuesta incorrecta descuenta 0.25 puntos.

1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) No existen dos magnitudes físicas diferentes con igual fórmula dimensional.
- b) La aceleración de una partícula es independiente del sistema de referencia desde la que se mida.
- c) En un sólido rígido que rueda sin deslizar, el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es distinto de cero.
- d) **Para que un barco flote en el agua es preciso que su peso sea menor o igual que el peso del volumen del líquido desalojado.**

2. Un coche se mueve con velocidad constante (v) describiendo un círculo de radio R . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) La velocidad angular del coche es: $\omega = v \cdot R$
- b) La aceleración tangencial es distinta a cero.
- c) **La aceleración normal es mayor que cero.**
- d) El coche no experimenta ninguna aceleración.

3. En ausencia de fuerzas externas, en un choque parcialmente inelástico entre dos cuerpos:

- a) La velocidad relativa entre los cuerpos después del choque es igual a la velocidad relativa antes del choque, pero con signo opuesto.
- b) El coeficiente de restitución siempre es igual a 0 debido a las pérdidas de energía.
- c) **La cantidad de movimiento total del sistema se conserva, pero la energía cinética total disminuye debido a pérdidas energéticas.**
- d) La cantidad de movimiento total del sistema no se conserva, pero la energía cinética total si se conserva.

4. En un movimiento armónico simple siempre se cumple, que mientras aumenta el módulo de la posición respecto a la de equilibrio:

- a) **Aumenta el módulo de la aceleración.**
- b) Disminuye el módulo de la aceleración.
- c) Aumenta la energía mecánica.
- d) Disminuye la energía mecánica.

A2. Cuestión (2 puntos): ¿Qué condiciones deben cumplir dos sistemas de fuerzas para considerarse equivalentes? ¿Qué condición específica debe cumplir un sistema de fuerzas para que se reduzca a una fuerza única? Enumere los tipos de sistemas de fuerzas que existen.

PARTE B: Problemas 6 PUNTOS

B1. (2 puntos) Un sólido rígido de masa M desciende por un plano inclinado un ángulo θ respecto a la horizontal con una velocidad inicial v_0 del centro de masas a lo largo del plano inclinado. Calcular la velocidad del centro de masas del objeto y el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento después de haber recorrido una distancia L a lo largo del plano, considerando los siguientes casos:

- El sólido desliza sobre el plano sin rodar con un rozamiento dinámico (μ_d) entre el objeto y el plano.
- El sólido es una esfera maciza y homogénea de radio R que rueda sin deslizar

Datos: $I_{esfera} = \frac{2}{5}MR^2$, $M = 500 \text{ g}$, $R = 20 \text{ cm}$, $\theta = 30^\circ$, $v_0 = 10 \text{ m/s}$, $L = 10 \text{ m}$, $\mu_d = 0.1$

a) El sólido no tiene movimiento de rotación, por lo que consideramos únicamente las fuerzas lineales. Las ecuaciones involucradas son:

- Fuerza gravitatoria a lo largo del plano: $F_g = M \cdot g \cdot \sin(\theta)$
- Fuerza de rozamiento dinámico: $F_r = \mu_d \cdot M \cdot g \cdot \cos(\theta)$

Aceleración del sólido:

$$\text{Aplicamos la segunda ley de Newton: } \sum \vec{F} = M \cdot \vec{a} \Rightarrow M \cdot g \cdot \sin(\theta) - \mu_d \cdot M \cdot g \cdot \cos(\theta) = M \cdot a$$
$$a = g \cdot [\sin(\theta) - \mu_d \cdot \cos(\theta)]$$

Velocidad final después de recorrer L :

Usamos la ecuación del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot L} = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot [\sin(\theta) - \mu_d \cdot \cos(\theta)] \cdot L} = 13.45 \text{ m/s}$$

Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

$$W_r = \vec{F}_r \cdot \vec{r} = -F_r \cdot L = -\mu_d \cdot M \cdot g \cdot L \cdot \cos(\theta) = -4.24 \text{ J}$$

b) Fuerzas y momentos de fuerza que actúan en la esfera:

- Fuerza gravitatoria a lo largo del plano: $F_g = M \cdot g \cdot \sin(\theta)$
- Fuerza de rozamiento estático: F_r (proporciona el momento necesario para rodar).

No hay deslizamiento, por lo que el rozamiento estático no realiza trabajo. Aplicando la 2ª ley de Newton:

$$M \cdot g \cdot \sin(\theta) - F_r = M \cdot a$$

El momento generado por F_r es:

$$\sum \vec{M} = I \cdot \vec{\alpha} \Rightarrow R \cdot F_r = \frac{2}{5}M \cdot R^2 \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow F_r = \frac{2}{5}M \cdot a$$

Sustituyendo F_r en la ecuación anterior:

$$M \cdot g \cdot \sin(\theta) - F_r = M \cdot a \Rightarrow M \cdot g \cdot \sin(\theta) - \frac{2}{5}M \cdot a = M \cdot a \Rightarrow a = \frac{5}{7} \cdot g \cdot \sin(\theta)$$

Velocidad final después de recorrer L:

Usamos la ecuación del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot L} = \sqrt{v_0^2 + \frac{10}{7} \cdot g \cdot \sin(\theta) \cdot L} = 13.04 \text{ m/s}$$

Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

En este caso, el rozamiento estático no realiza trabajo porque no hay desplazamiento relativo entre las superficies de contacto. Por lo tanto:

$$W_r = 0 \text{ J}$$

Por energías:

$$a) E_m(\text{inicial}) + W_r = E_m(\text{final})$$

$$\frac{1}{2}M \cdot v_i^2 + M \cdot g \cdot h_i - \mu_d \cdot M \cdot g \cdot L \cdot \cos(\theta) = \frac{1}{2}M \cdot v_f^2 + M \cdot g \cdot h_f$$

$$\text{Si } h_f = 0 \text{ y } h_i = L \cdot \sin(\theta)$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot [\sin(\theta) - \mu_d \cdot \cos(\theta)] \cdot L} = 13.45 \text{ m/s}$$

y

$$W_r = \vec{F}_r \cdot \vec{r} = -F_r \cdot L = -\mu_d \cdot M \cdot g \cdot L \cdot \cos(\theta) = -4.24 \text{ J}$$

$$b) \text{ Si } W_r = 0 \text{ J entonces: } E_m(\text{inicial}) = E_m(\text{final})$$

$$E_{crot}(i) + E_{ctras}(i) + E_{pgrav}(i) = E_{crot}(f) + E_{ctras}(f) + E_{pgrav}(f)$$

$$\frac{1}{2}M \cdot v_i^2 + \frac{1}{2}I \cdot \omega_i^2 + M \cdot g \cdot h_i = \frac{1}{2}M \cdot v_f^2 + \frac{1}{2}I \cdot \omega_f^2 + M \cdot g \cdot h_f$$

$$\text{Si } h_f = 0 \text{ y } h_i = L \cdot \sin(\theta), I = \frac{2}{5}M \cdot R^2, \omega = v/R$$

$$\frac{7}{10}M \cdot v_i^2 + M \cdot g \cdot \sin(\theta) \cdot L = \frac{7}{10}M \cdot v_f^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + \frac{10}{7} \cdot g \cdot \sin(\theta) \cdot L} = 13.04 \text{ m/s}$$

B2. (2 Puntos) Dos discos de igual masa m y radios r y $2r$ giran sin rozamiento alrededor del mismo eje y con la misma velocidad angular ω_i pero en sentidos opuestos. Mediante una fuerza que actúa en la dirección del eje común de giro los dos discos son impulsados el uno contra el otro hasta que sus superficies entran en contacto. El rozamiento hace que ambos giren con la misma velocidad angular final ω_f . Calcular:.

- La velocidad angular final ω_f de los discos.
- La energía disipada por la fuerza de rozamiento.

Datos: $I_{disco} = \frac{1}{2}MR^2$, $m = 500\text{ g}$, $r = 20\text{ cm}$, $\omega_i = 20\text{ rad/s}$

SOLUCIÓN:

a) $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = cte \Rightarrow L_i = L_f$

$$L_i = (I_1 - I_2)\omega_i = \left(\frac{1}{2}M(2R)^2 - \frac{1}{2}MR^2\right)\omega_i = \frac{3}{2}MR^2\omega_i$$

$$L_f = (I_1 + I_2)\omega_f = \left(\frac{1}{2}M(2R)^2 + \frac{1}{2}MR^2\right)\omega_f = \frac{5}{2}MR^2\omega_f$$

$$L_i = L_f \Rightarrow \omega_f = \frac{3}{5}\omega_i = 12\text{ rad/s}$$

b)

$$E_i = \frac{1}{2}I_1 \cdot \omega_{i1}^2 + \frac{1}{2}I_2 \cdot \omega_{i2}^2 = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_i^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}M(2R)^2 + \frac{1}{2}MR^2\right)\omega_i^2 = \frac{5}{4}MR^2\omega_i^2$$

$$E_f = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_f^2 = \frac{5}{4}MR^2\omega_f^2 = \frac{5}{4}MR^2\left(\frac{3}{5}\omega_i\right)^2 = \frac{9}{20}MR^2\omega_i^2$$

$$E_d = E_i - E_f = MR^2\omega_i^2\left(\frac{5}{4} - \frac{9}{20}\right) = 6.4\text{ J}$$

B3. (2 puntos) La densidad media del cuerpo humano es $\rho_p = 0.96 \text{ g/cm}^3$.

- Calcula la fracción del volumen sumergido del cuerpo de un buceador de 70 kg cuando flota en la superficie del agua de un lago ($\rho_{\text{agua}} = 1 \text{ g/cm}^3$).
- Calcula la masa de plomo ($\rho_{\text{plomo}} = 11.3 \text{ g/cm}^3$) que debe añadirse en el cinturón del buceador para conseguir que el peso total aparente (del buzo más el lastre) sea cero cuando se sumerge.
- Si el buceador se encuentra en el mar ($\rho_{\text{mar}} = 1.04 \text{ g/cm}^3$), la masa de plomo que debe añadirse a su cinturón para que el peso total aparente sea cero con el buzo totalmente sumergido, ¿será mayor o menor que en el caso anterior? ¿Por qué?

SOLUCIÓN:

a) El empuje hidrostático sobre el volumen sumergido será igual al peso del buceador:

$$\rho_0 g V_{\text{sumergido}} = \rho g V \longrightarrow V_{\text{sumergido}} = \frac{\rho}{\rho_0} V = 0,96 \cdot V$$

El volumen sumergido es el 96% del volumen del buceador.

b) El peso aparente es nulo, si el peso total es igual al empuje total.

$$\begin{aligned} \rho_0 g V_{\text{buceador}} + \rho_0 g V_{\text{plomo}} &= \rho_{\text{buceador}} g V_{\text{buceador}} + \rho_{\text{plomo}} g V_{\text{plomo}} \\ (\rho_0 - \rho_{\text{plomo}}) V_{\text{plomo}} &= (\rho_{\text{buceador}} - \rho_0) V_{\text{buceador}} \\ (\rho_0 - \rho_{\text{plomo}}) \frac{m_{\text{plomo}}}{\rho_{\text{plomo}}} &= (\rho_{\text{buceador}} - \rho_0) \frac{m_{\text{buceador}}}{\rho_{\text{buceador}}} \\ m_{\text{plomo}} &= \frac{\rho_{\text{plomo}} (\rho_{\text{buceador}} - \rho_0)}{\rho_{\text{buceador}} (\rho_0 - \rho_{\text{plomo}})} m_{\text{buceador}} = \frac{11,3 (0,96 - 1,00)}{0,96 (1 - 11,3)} 70 = 3,2 \text{ kg} \end{aligned}$$

c) Si se encuentra en un medio más denso, el empuje será mayor. Luego la masa de plomo, que debe ponerse, debe aumentar. Si en la ecuación anterior sustituimos la densidad del medio por agua de mar, se tiene:

$$m'_{\text{plomo}} = \frac{\rho_{\text{plomo}} (\rho_{\text{buceador}} - \rho'_0)}{\rho_{\text{buceador}} (\rho'_0 - \rho_{\text{plomo}})} m_{\text{buceador}} = \frac{11,3 (0,96 - 1,04)}{0,96 (1,04 - 11,3)} 70 = 6,4 \text{ kg}$$