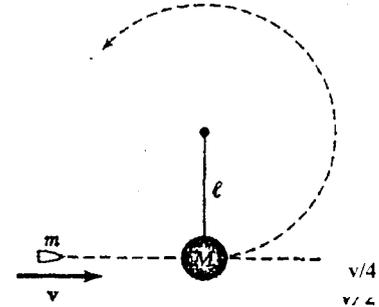


Nombre y Apellidos: DNI:

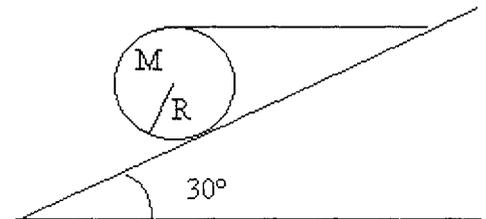
Grupo:

NOTA: Resuelva todos los problemas suponiendo $g = 10 \text{ m/s}^2$

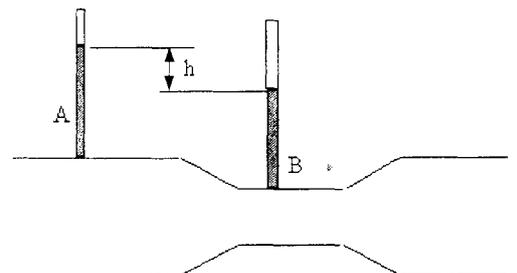
- 1) Se dispara un proyectil de masa "m" y velocidad inicial "v" contra un péndulo de masa "M" inicialmente en reposo. El proyectil atraviesa la esfera del péndulo y sale de la colisión en línea recta con una velocidad $v/4$. La cuerda del péndulo es de masa despreciable y su longitud L se puede variar. Se pide:
- La velocidad del péndulo después de la colisión y el coeficiente de restitución de la misma. (1 Punto)
 - La longitud máxima que puede tener la cuerda para que el péndulo pueda dar una vuelta completa en el plano vertical. (1,25 Punto)

DATOS: $m = 100 \text{ g}$, $M = 200 \text{ g}$, $v = 20 \text{ m/s}$.

- 2) Una esfera (se desconoce si hueca o maciza) de radio R y masa M está en reposo sobre un plano inclinado 30° , sostenida por una cuerda de masa despreciable, tal como muestra la figura. Calcule:
- La tensión de la cuerda, la fuerza de reacción normal al apoyo y la fuerza de rozamiento que actúa sobre la esfera. (1,5 Puntos)
 - Suponga ahora que se rompe la cuerda y la esfera comienza a descender sin deslizamiento. Sabiendo que parte desde una altura h y tarda un tiempo t en llegar a la base del plano, calcule el momento de inercia I y el radio de giro k de la esfera respecto al eje que pasa por su centro. (1,5 Puntos)

DATOS: $R = 20 \text{ cm}$, $M = 3 \text{ kg}$, $h = 3 \text{ m}$, $t = 2 \text{ s}$.

- 3) Por la tubería de la figura circula agua en régimen permanente, siendo la diferencia de altura entre el nivel superior del agua en los dos tubos manométricos A y B es $h = 20 \text{ cm}$. Se pide:
- Diferencia de presión entre las secciones ancha y estrecha de la tubería. (0,5 Puntos)
 - Sabiendo que la sección de la parte estrecha de la tubería es 10 veces menor que la de la parte ancha, calcular la velocidad del líquido en ambas secciones. (1,25 Puntos)
 - El caudal circulante, en litros/segundo, sabiendo que el área de la sección mayor es 40 cm^2 . (0,5 Puntos)



4) **Teoría: Trabajo y Fuerzas Conservativas:**

- Definición del trabajo realizado por una fuerza. Unidades.
- Escriba la relación que existe entre el Trabajo realizado por una Fuerza Conservativa entre dos puntos A y B y la Energía Potencial. ¿Qué significado tiene el **signo** de dicho trabajo? ¿Depende el trabajo realizado del camino seguido desde A hasta B? ¿Cuanto vale dicho trabajo a lo largo de una trayectoria cerrada?
- Calcule la Energía Potencial de un resorte de constante k cuando se le separa de su posición de equilibrio una distancia x.
- Enuncie y demuestre el Teorema de Conservación de la Energía Mecánica.

(2,5 Puntos)

La duración total del examen es de 3 h.

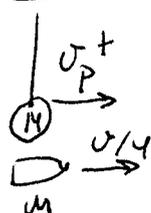
Fecha límite de publicación de las Calificaciones Provisionales: 28 Enero 2019

Plazo de Revisión: del 29 al 31 de Enero 2019 (consulte con su profesor fecha y hora)

1° Initial



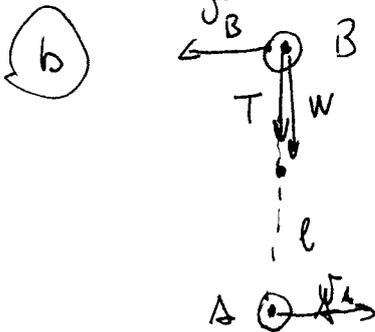
Final



Cons \vec{p} : $m\sigma = m\frac{\sigma}{4} + M\sigma_p^+$

$$\Rightarrow \sigma_p^+ = \frac{m(\sigma - \sigma/4)}{M} = \frac{0,1(20-5)}{0,2} = 7,5 \text{ m/s} = \sigma_p^+$$

$$e = \frac{\sigma_2^+ - \sigma_1^+}{\sigma_1^i - \sigma_2^i} = \frac{7,5 - 5}{20} = 0,125 = e$$



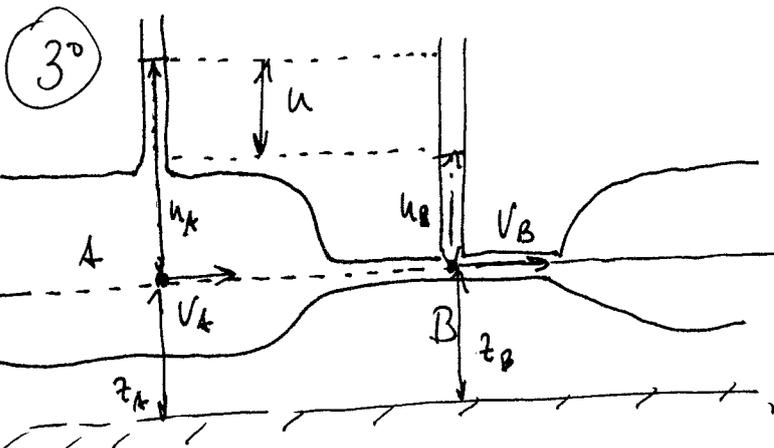
$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow T_B + W = M \frac{v_B^2}{l}$; No air $\Rightarrow T_B \geq 0$

$$\Rightarrow T_B = M \left(\frac{v_B^2}{l} - g \right) \geq 0 \Rightarrow v_B^2 \geq gl \quad (1)$$

Cons. $\vec{E}_{mec} \Rightarrow E_{me}(A) = E_{me}(B)$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} M v_B^2 + m g 2l \Rightarrow v_B^2 = v_A^2 - 4gl \quad (2)$$

(1)+(2) $\Rightarrow gl \leq v_A^2 - 4gl \Rightarrow 5gl \leq v_A^2 \Rightarrow l \leq \frac{v_A^2}{5g} = \frac{7,5^2}{5 \times 10} = 1,125 \text{ m}$



$P_A = P_{atm} + \rho g h_A$
 $P_B = P_{atm} + \rho g h_B$

$$P_A - P_B = \rho g h = 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 0,2 \text{ m} = 2 \times 10^3 \text{ Pa} = P_A - P_B$$

b) $E_c \text{ cont} \Rightarrow S_A v_A = S_B v_B \Rightarrow v_B = \frac{S_A}{S_B} v_A = 10 v_A = v_B$

Bernoulli $A \rightarrow B$: $P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B \Rightarrow$

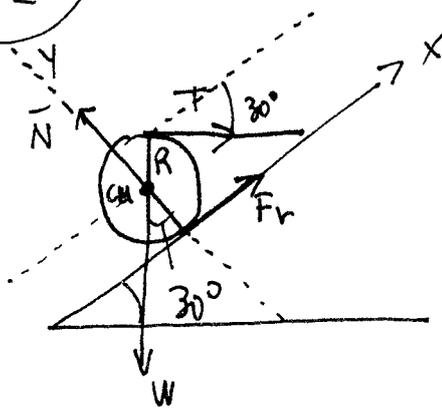
$$P_A - P_B = \rho g h = \frac{1}{2} \rho (v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_A^2 (100 - 1)$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2gh}{99}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{99}} = 0,201 \text{ m/s} \Rightarrow v_B = 2,01 \text{ m/s}$$

c) $Q = v_B S_B = 2,01 \times 10^{-1} \times 40 \times 10^{-4} = 8,04 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 0,8 \text{ l/s} = Q$

2° $R = 0,2 \text{ m}$; $m = 3 \text{ kg}$

Falta decir que está en equilibrio.



$$\sum F_x = 0 ; \quad T + T \cos 30^\circ - W \sin 30^\circ = 0$$

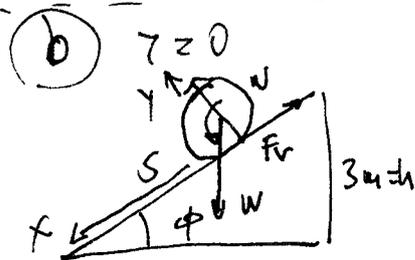
$$\sum F_y = 0 ; \quad N - T \sin 30^\circ - W \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum M_{cm} = 0 ; \quad T R - F_r R = 0$$

$$\textcircled{a} \quad T(1 + \cos 30^\circ) = W \sin 30^\circ \Rightarrow T = \frac{m g \sin 30^\circ}{(1 + \cos 30^\circ)} = \frac{30 \cdot 1/2}{(1 + \sqrt{3}/2)} = \boxed{8,04 \text{ N}} = T$$

$$\boxed{F_r = T = 8,04 \text{ N}}$$

$$N = W \cos 30^\circ + T \sin 30^\circ = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 8,04 \cdot \frac{1}{2} = \boxed{30 \text{ N} = N}$$



$$-F_r + W \sin 30^\circ = m a_x$$

$$N = W \cos 30^\circ$$

$$F_r \cdot R = I \alpha = \frac{I a_x}{R}$$

$$a_x = \alpha \cdot R$$

$$W \sin 30^\circ - \frac{I \alpha_x}{R^2} = m a_x$$

$$I = m R^2 \left(\frac{g \sin 30^\circ}{a_x} - 1 \right)$$

$$= 3 \cdot (0,2)^2 \left(\frac{10 \cdot 1/2}{3} - 1 \right) = 2 \cdot (0,2)^2$$

$$\boxed{I = 0,08 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

$$k = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{0,08}{3}} = \boxed{0,163 \text{ m} = k}$$

Otra opción: por energías: parte de $h = 3 \text{ m}$ y llega fin con $v_f = 6 \text{ m/s}$.

$$\bar{E}_m(i) = \bar{E}_m(f) : \quad m g h = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 ; \quad \omega = \frac{v}{R}$$

$$I = \frac{(2 m g h - m v_{cm}^2) \cdot R^2}{v_{cm}^2} = \frac{(0,2)^2}{36} (2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 3 - 3 \cdot 36) = \boxed{0,08 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} = I$$