

Entregable PEC1

1) La potencia P desarrollada por los motores de un dron es una función de la fuerza vertical F que suministran las hélices, de la longitud L de dichas hélices y de la densidad del aire ρ . Empleando el análisis dimensional, encuentra la fórmula que relaciona la potencia con el resto de variables. Si se construye un modelo de mayor tamaño del dron a escala 5:2 que se mueva en el mismo aire, cuyas hélices suministran un empuje vertical que es el triple que el del dron real, calcular qué potencia debería tener su motor si se sabe que la del dron real es 30W. (2p)

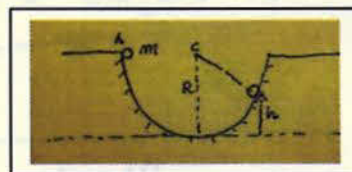
2) Una partícula P se mueve en un plano, siendo su trayectoria la curva $x \cdot y = 10$. La proyección de su vector velocidad sobre el eje OY es constante e igual a -10 m/s y para $t=4$ s, la coordenada x de la partícula vale $x=2$ m. Con estos datos encontrar las ecuaciones paramétricas de la trayectoria de la partícula $x(t)$ e $y(t)$. (2p)

3) En la figura adjunta se representa una pista en forma de un cuarto de circunferencia de radio $R=1.2$ m, la cual termina en un tramo horizontal sobre el que hay un muelle de constante elástica $k=26140$ N/m cuyo



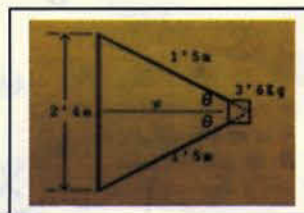
extremo libre coincide con el final de la pista circular. Desde el punto más alto de la pista, se deja caer un objeto de masa $m=6.25$ kg. Sabiendo que el objeto pierde un 2% de su energía en el tramo curvo por fricción y que el coeficiente de rozamiento en el tramo horizontal es $\mu=0.2$, calcula la longitud que se comprime el muelle hasta detener completamente al objeto. (2p)

4) Desde el punto A de un camino semiesférico de radio R , se deja caer sin velocidad inicial a una masa m . Si la masa queda detenida a la altura h marcada en la figura, calcular la fuerza de rozamiento media en todo el tramo. Aplicando esa fuerza de



rozamiento media en todo el recorrido sobre la circunferencia, averiguar la altura que alcanzará la masa cuando vuelva de nuevo hacia la parte izquierda desde la altura h . (2p)

5) Un bloque de masa $m=3.6$ kg está unido a una varilla vertical mediante dos cuerdas unidas a los extremos de la varilla, según muestra la figura. Cuando el sistema gira alrededor del eje de la varilla con velocidad angular constante $\omega=4$ rad/s, las cuerdas quedan tensas girando la masa m en un plano horizontal. En estas condiciones calcula las tensiones de las dos cuerdas. (2p)



Resolver los ejercicios en hojas separadas, escanear los cálculos y entregarlos en Moodle, enviando también una copia por correo electrónico al e-mail del profesor: eduardo.faleiro@upm.es antes de la fecha acordada de finalización.

$$1) \{P, F, L, S\}$$

$$[P] = M L T^{-2} \cdot L \cdot T^{-1} = M L^2 T^{-3}$$

	P	F	L	S
M	1	1	0	1
L	2	1	1	-3
T	-3	-2	0	0

$$i = 4 - 3 = 1$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ -3x_1 - 2x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3/2 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 1/2 \end{cases}$$

$$\Pi = P \cdot F^{-3/2} \cdot L \cdot S^{1/2} = P \cdot L \sqrt{S F^{-3}} = P \cdot L \sqrt{\frac{S}{F^3}}$$

a) Aplicando el teorema de pi obtenemos

$$P \cdot L \sqrt{\frac{S}{F^3}} = C \Rightarrow P = \frac{C}{L} \cdot \sqrt{\frac{F^3}{S}}$$

$$b) K_L = \frac{5}{2} \quad K_F = 1 \quad K_F = 3 \quad K_x = \frac{x}{30}$$

$$K_F \cdot K_F^{-3/2} \cdot K_L \cdot K_S^{1/2} = 1 \Rightarrow K_P = K_F^{3/2} \cdot K_L^{-1}$$

$$\frac{x}{30} = \sqrt{27} \cdot \frac{2}{5} \Rightarrow x = 62,35 \text{ W}$$

$$2) \text{ CURVA } x \cdot y = 10$$

$$x \cdot y = 10$$

$$\dot{y} = -10$$

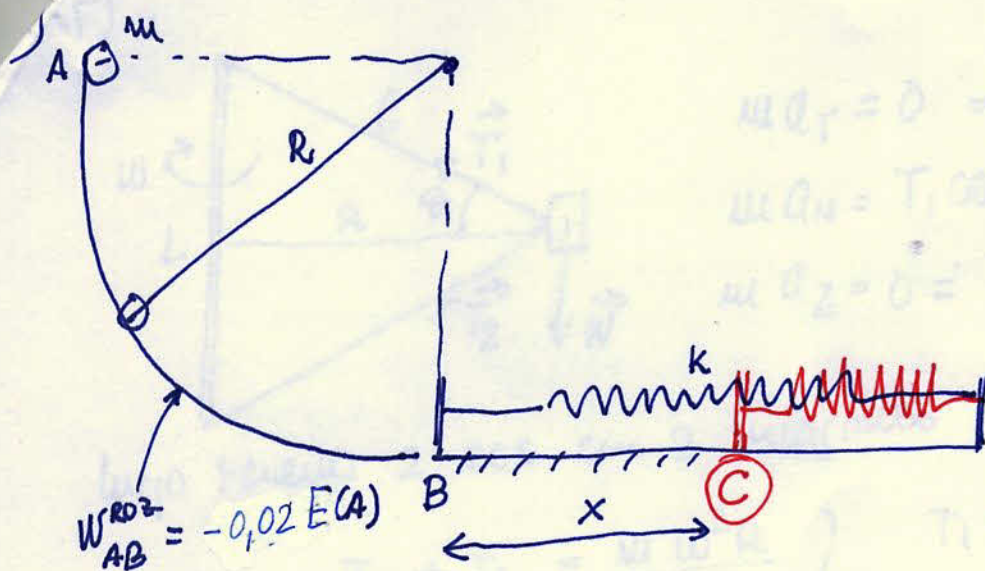
$$x(4) = 2$$

$$\text{de } x \cdot y = 10 \Rightarrow \dot{x} \cdot y + x \cdot \dot{y} = 0 \Rightarrow$$

$$\dot{x} \cdot \frac{10}{x} + x \cdot (-10) = 0 \Rightarrow \dot{x} = x^2$$

$$\text{luego } \frac{dx}{dt} = x^2 \Rightarrow \frac{dx}{x^2} = dt \Rightarrow \int_{x(4)}^x \frac{dx}{x^2} = \int_4^t dt \Rightarrow$$

$$\left[-\frac{1}{x} \right]_2^x = t - 4 \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} x(t) &= \frac{-1}{t - 9/2} = \frac{10}{45 - 10t} \\ y(t) &= \frac{10}{x} = -10 \cdot (t - 9/2) = 45 - 10t \end{aligned}}$$



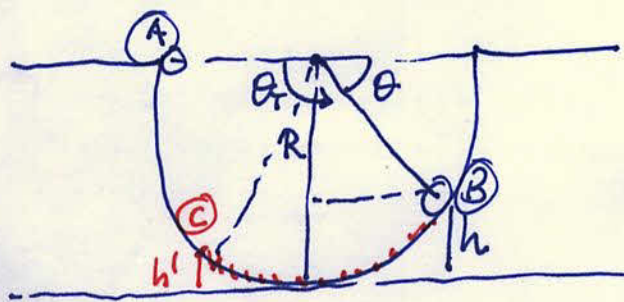
$$E(A) + W_{AC}^{ROZ} = E(C)$$

$$W_{AC}^{ROZ} = W_{AB}^{ROZ} + W_{BC}^{ROZ} = -0.02 \cdot E(A) + \mu mg x = -0.02 mgR - \mu mg x$$

$$0.98 mgR - \mu mg x = \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow k x^2 + 2 \mu mg x - 0.98 \cdot 2 mgR = 0$$

La ecuación numérica a resolver es: $26140x^2 + 25x - 147 = 0$
 y la solución válida es $x = 0.0745 \text{ m} = \underline{7.45 \text{ cm}}$

Nº 4)



$$E(A) + W_{A \rightarrow B}^R = E(B)$$

$$mgR + W_{A \rightarrow B}^R = mgh$$

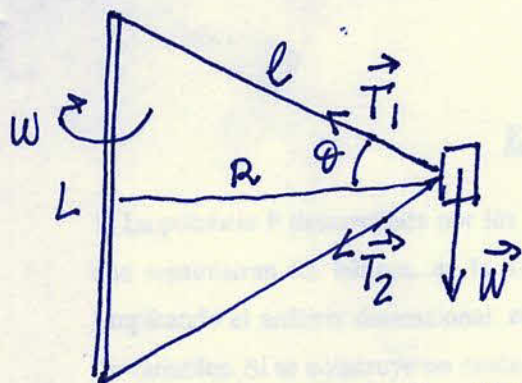
$$W_{A \rightarrow B}^R = \int_A^B -F_r dr = -F_r R \theta_T$$

donde $\theta_T = \frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{R-h}{R}\right)$, por tanto

$$a) \quad F_r = \frac{mg(R-h)}{R\left(\frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{R-h}{R}\right)\right)}$$

b) $E(B) + W_{BC}^R = E(C) \Rightarrow mgh - F_r \cdot R \left(\theta_T - \left(\frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{R-h'}{R}\right) \right) \right) = mgh'$
 de donde hay que despejar h' . (Basta con escribir la expresión
 pues no es fácil despejar h' al tratarse de una ecuación trascendente)

25)



$$m a_T = 0 \Rightarrow w = cte$$

$$m a_N = T_1 \cos \theta + T_2 \cos \theta$$

$$m a_Z = 0 = T_1 \sin \theta - W - T_2 \sin \theta$$

luego tenemos 2 ecs con 2 incógnitas

$$T_1 + T_2 = \frac{m \cdot \omega^2 R}{\cos \theta}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{m g}{\sin \theta}$$

$$T_1 = \left(\frac{m \omega^2 R}{\cos \theta} + \frac{m g}{\sin \theta} \right) / 2$$

$$T_2 = \left(\frac{m \omega^2 R}{\cos \theta} - \frac{m g}{\sin \theta} \right) / 2$$

De la figura $\cos \theta = R/l$
 $\sin \theta = \sqrt{1 - R^2/l^2}$

$$T_1 = (m \omega^2 l + \frac{m g l}{\sqrt{1 - R^2/l^2}}) / 2 = 65,7 N$$

$$T_2 = (m \omega^2 l - \frac{m g l}{\sqrt{1 - R^2/l^2}}) / 2 = 20,7 N$$