

MÉTODOS NUMÉRICOS : (ESTADO ESTACIONARIO)

①

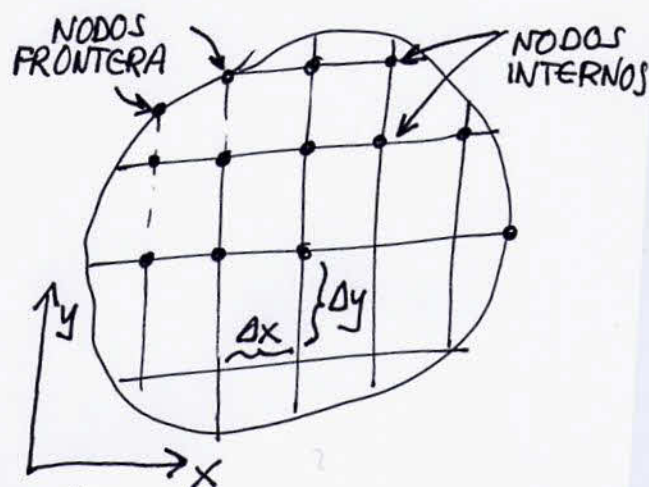
- 1) DIFERENCIAS FINITAS
- 2) MÉTODO DE RELAJACIÓN

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + \dot{\epsilon}$$

4) DIFERENCIAS FINITAS

En 2-D y SIN FUENTES. PARA ESTADO ESTACIONARIO y $k = cte$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \\ T(x, y) = f(x, y) \text{ EN FRONTERA} \end{cases}$$



$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T(x+\Delta x, y) - 2T(x, y) + T(x-\Delta x, y)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T(x, y+\Delta y) - 2T(x, y) + T(x, y-\Delta y)}{\Delta y^2}$$

Si $\Delta x \equiv \Delta y$ como es habitual, PARA LOS NODOS INTERNOS

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\Delta x^2} [T(x+\Delta x, y) + T(x-\Delta x, y) + T(x, y+\Delta y) + T(x, y-\Delta y) - 4T(x, y)] = 0$$

LO QUE INDICA QUE TENEMOS TANTAS ECUACIONES COMO NODOS INTERNOS

$$T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0 \quad \forall i,j \text{ NODO INT.}$$

SI ALGUNA DE ESTAS $T_{i,j}$ ES LA DE LA FRONTERA, LA SUSTITUIMOS POR SU VALOR. (SOLO PARA DIRICHLET)

SE OBTIENE ENTONCES UN SISTEMA LINEAL A RESOLVER.

2) METODO DE RELAJACIÓN

②

CONSISTE EN UTILIZAR LA ECUACION DE DIFUSION DEL CALOR PARTIENDO DE UN PERFIL INICIAL DE TEMPERATURA HASTA QUE SE ALCANCE LA ESTACIONARIDAD ($\partial T / \partial t \equiv 0$)

PARA $k \equiv c \rho$ y SIN FUENTES ($\Delta x \equiv \Delta y$)

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T + \underbrace{T_0(x,y) + T(x,y) + T_t(x,y)}_{C.I + C.C.} \Big|_{\text{FRONTERA}} = f(x,y)$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{T_{t+1}(x,y) - T_t(x,y)}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x^2} \left(T_t(x+\Delta x, y) + T_t(x-\Delta x, y) + T_t(x, y+\Delta y) + T_t(x, y-\Delta y) - 4T_t(x,y) \right)$$

SE PLANTEA UN ESQUEMA ITERATIVO PARA CADA PUNTO (x,y) DEL DOMINIO INTERIOR HASTA QUE $\frac{\partial T}{\partial t} \approx 0$ EN CUYO CASO SE ALCANZA LA ESTACIONARIDAD.

$$T_{t+1}(x,y) = T_t(x,y) + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \left[T_t(x+\delta, y) + T_t(x-\delta, y) + T_t(x, y+\delta) + T_t(x, y-\delta) - 4T_t(x,y) \right]$$

* EL PERFIL INICIAL DE TEMPERATURA PUEDE SER POR EJEMPLO UNA TEMPERATURA CONSTANTE PARA TODO EL DOMINIO Y LAS CONDICIONES DE CONTORNO TIPO DIRICHLET, NEUMAN, CONVECTIVAS O RADIATIVAS.