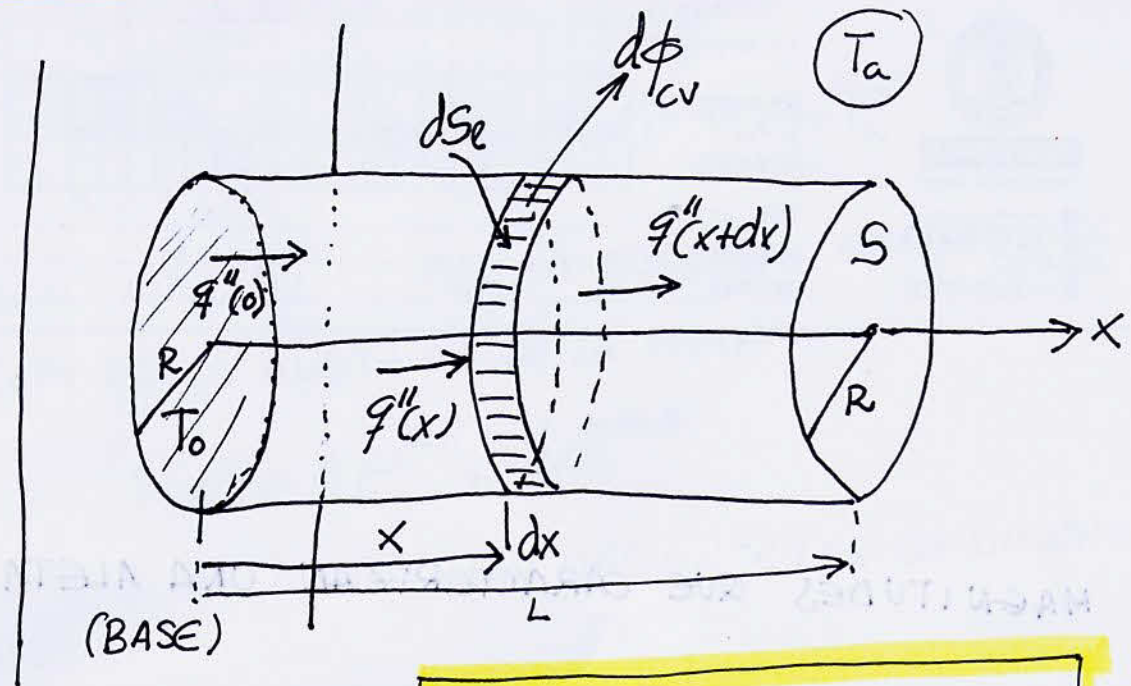




BALANCE DE ENERGIA :

$$q''(x) \cdot S - q''(x+dx) \cdot S = d\phi_{cv}$$

ENTRA SALE EVACUADO

$$q''(x+dx) = q''(x) + \frac{d}{dx} q''(x) \cdot dx, \text{ y } d\phi_{cv} = h \cdot dS_e \cdot (T(x) - T_a)$$

$$-S \frac{d}{dx} q''(x) dx = h \cdot dS_e \cdot (T(x) - T_a) \text{ con } \begin{cases} q''(x) = -k \frac{dT}{dx} \\ dS_e = \underbrace{2\pi R}_{\text{PERIMETRO} \equiv P} \cdot dx \end{cases}$$

por tanto, la ecuación de la aleta es:

$$kS \frac{d^2 T}{dx^2} = h \cdot P \cdot (T - T_a)$$

1ª COND. CONT: $T(x=0) = T_0$ (TEMP. DE LA BASE)

2ª COND. CONT: RELATIVA AL EXTREMO $x=L$ (3 TIPOS)

TIPO 1 - ALETA DE $L \rightarrow \infty$ $T(L \rightarrow \infty) = T_a$

TIPO 2 - ALETA DE EXTREMO LIBRE AISLADO: $\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = 0$

TIPO 3 - ALETA DE EXTREMO LIBRE CONVECTIVO

$$-k \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = h \cdot (T(L) - T_a)$$

LA ECUACION DE LA ALETA SUELE ESCRIBIRSE

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{hP}{KS} \theta = 0 \quad \text{donde } \theta(x) = T(x) - T_a$$

Y TAMBIEN $m^2 = \frac{hP}{KS}$, ASI LA SOLUCION GENERAL DE LA ECUACION DE LA ALETA ES DE LA FORMA:

$$\theta(x) = A e^{mx} + B e^{-mx}$$

DONDE A y B SE DETERMINAN MEDIANTE LAS CONDICIONES DE CONTORNO.

MAGNITUDES CARACTERISTICAS DE UNA ALETA

1) FLUJO DE CALOR A LO LARGO DE LA ALETA

$$\phi(x) = -KS \cdot \frac{dT}{dx}$$

2) EFFECTIVIDAD (EFICIENCIA) DE UNA ALETA

$$\varepsilon_f = \frac{\phi(x=0)}{hS(T_0 - T_a)} = \frac{\text{FLUJO EN LA BASE CON ALETA}}{\text{FLUJO EN LA BASE SIN ALETA}}$$

3) RENDIMIENTO DE UNA ALETA

$$\eta = \frac{\theta_m}{\theta(0)} \quad \text{CON } \theta_m = \frac{1}{L} \int_0^L \theta(x) dx \quad \text{TEMPERATURA MEDIA DE LA ALETA.}$$

ALETA TIPO-1

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta &= 0 \\ \theta(0) &= T_0 - T_a \\ \theta(\infty) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\theta(x) = A e^{mx} + B e^{-mx}$$

$$\theta(0) = T_0 - T_a = A + B$$

$$\theta(\infty) = 0 \Rightarrow A = 0 \Rightarrow B = T_0 - T_a$$

ASI, LA TEMPERATURA ES

$$T(x) = T_a + (T_0 - T_a) \cdot e^{-m \cdot x}$$

* FLUJO A LO LARGO DE LA ALETA

$$\phi(x) = -kS(T_0 - T_a) \cdot (-m) e^{-mx} = mKS(T_0 - T_a) e^{-mx}$$

* EFECTIVIDAD

$$\epsilon_f = \frac{\phi(0)}{hS(T_0 - T_a)} = \frac{mKS(T_0 - T_a)}{hS(T_0 - T_a)} = \frac{mK}{h} = \sqrt{\frac{P \cdot K}{h \cdot S}}$$

* RENDIMIENTO

$$\theta_m = \frac{1}{L} \int_0^{L \rightarrow \infty} (T_0 - T_a) e^{-mx} = \frac{T_0 - T_a}{L} \left[\frac{e^{-mx}}{-m} \right]_0^L =$$

$$= \frac{T_0 - T_a}{mL} (1 - e^{-mL}) \xrightarrow{L \rightarrow \infty} 0$$

DE MODO QUE EL RENDIMIENTO $\eta = \frac{\theta_m}{\theta_0} \xrightarrow{L \rightarrow \infty} 0$

ALETA TIPO-2

4

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta &= 0 \\ \theta(0) &= T_0 - T_a \\ \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\theta(x) = Ae^{mx} + Be^{-mx}$$

$$\theta(0) = T_0 - T_a = A + B$$

$$Am e^{mL} - Bm e^{-mL} = 0$$

$$A = \frac{\theta_0}{1 + e^{2mL}}$$

$$B = \frac{\theta_0}{1 + e^{-2mL}}$$

y EL PERFIL DE TEMPERATURA ES

$$T(x) = T_a + (T_0 - T_a) \cdot \left[\frac{e^{mx}}{1 + e^{2mL}} + \frac{e^{-mx}}{1 + e^{-2mL}} \right]$$

* FLUJO A LO LARGO DE LA ALETA

$$\phi(x) = -k S \theta_0 m \left(\frac{e^{mx}}{1 + e^{2mL}} - \frac{e^{-mx}}{1 + e^{-2mL}} \right)$$

* EFECTIVIDAD

$$\varepsilon_f = \frac{m k S \theta_0 \left(\frac{1}{1 + e^{2mL}} - \frac{1}{1 + e^{-2mL}} \right)}{h S \theta_0} =$$

$$= \sqrt{\frac{kP}{hS}} \left(\frac{e^{2mL} - e^{-2mL}}{(1 + e^{2mL}) \cdot (1 + e^{-2mL})} \right)$$

MENOR QUE EL DE
LA ALETA TIPO-1