

RADIACIÓN DEL CUERPO NEGRO

SUPERFICIE NEGRA:

$$\tau=0, \rho=0, \alpha=1$$

$$J = E_b$$

EN EQUILIBRIO CON EL EXTERIOR SI...

$$J = G \Leftrightarrow E_b = \alpha G$$

(LO QUE ABSORBE = LO QUE EMITE)

1) EMITANCIA MONOCROMÁTICA DEL CUERPO NEGRO: LEY DE PLANCK

$$E_{b,\lambda} = \frac{d^2 \phi_{eb}}{dS d\lambda}$$

$$E_{b,\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1}$$

DEPENDENCIA EN λ Y T

CON $\begin{cases} C_1 = 3,743 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2 \\ C_2 = 1,4387 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{K} \end{cases}$

MÁS EN CONCRETO, EN FUNCIÓN DE CONSTANTES FÍSICAS

$$I_{b,\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

↑
INTENSIDAD DE LAMBERT

$$* I_{b,\nu} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

h = CONSTANTE DE PLANCK

c = VELOCIDAD DE LA LUZ

k_B = CONSTANTE DE BOLTZMANN

λ = LONGITUD DE ONDA

ν = FRECUENCIA

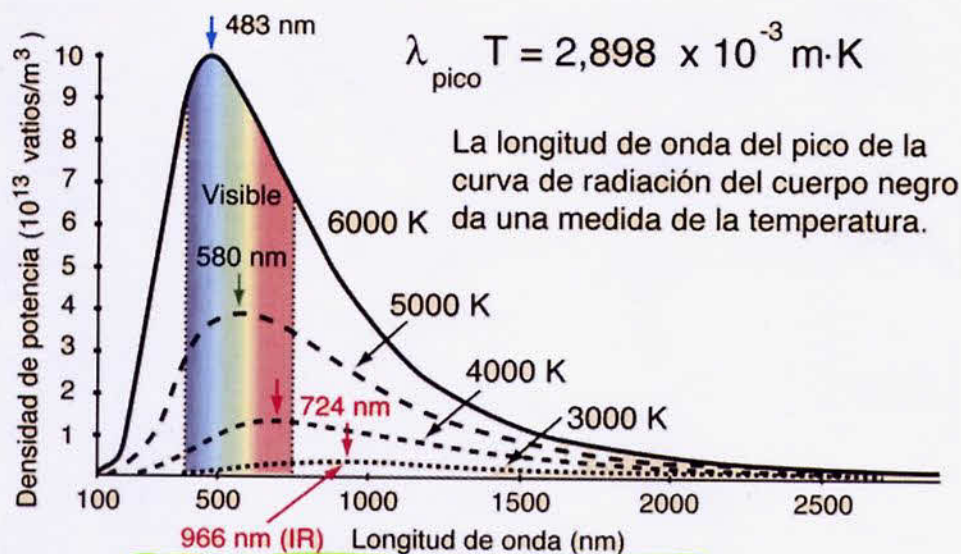
NOTAS : 1) $\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu$

2) $E_{b,\lambda} d\lambda = -E_{b,\nu} d\nu$

3) $E_{b,\lambda} = \eta \cdot I_{b,\lambda}$ PARA RADIACIÓN DIFUSA DEL CUERPO NEGRO

CONSECUENCIAS DE LA LEY DE PLANCK

1) LEY DE WIEN



$$\lambda_{\text{pico}} T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

A PARTIR DE LA EMITANCIA, PUEDE OBTENERSE QUE

$$E_{b,\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_{\text{pico}}} = 1,303 \cdot 10^{-5} \cdot T^5 \text{ W/m}^3$$

TEMP. DE LA CURVA
Cuyo PICO ES λ_{pico}

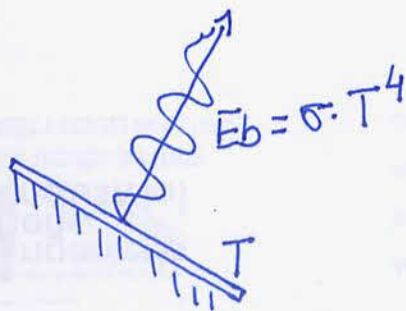
2) LEY DE STEFAN - BOLTZMANN

$$E_b(T) = \int_0^\infty E_{b,\lambda} d\lambda = \sigma T^4$$

CON $\sigma = \frac{2\pi^5 K_B^4}{15c^2 h^3}$

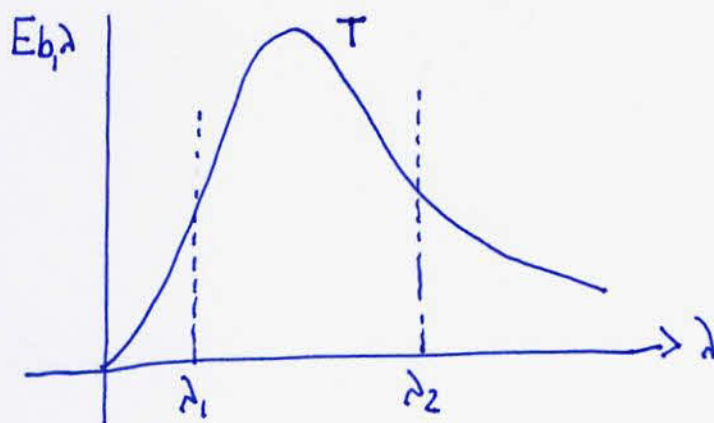
$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$

CONSTANTE DE STEFAN-BOLTZ.



$$E_b(T) = \sigma T^4$$

3) FUNCIONES DE RADIACIÓN



$$E_b = \int_0^{\infty} E_{b,\lambda} d\lambda = \sigma T^4$$

$$F(0, \lambda) = \frac{\int_0^{\lambda} E_{b,\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b,\lambda} d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{b,\lambda} d\lambda}{\sigma T^4} \equiv F(0, \lambda T)$$

FRACCIÓN DE LA EMITANCIA DEL CUERPO NEGRO HASTA λ

$$F(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b,\lambda} d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{b,\lambda} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{b,\lambda} d\lambda}{\sigma T^4} =$$

$$= F(\lambda_1, \lambda_2) = F(0, \lambda_2) - F(0, \lambda_1)$$

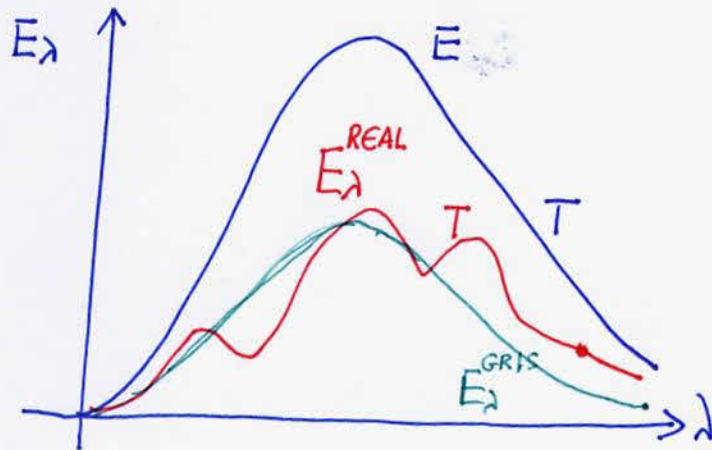
FRACCIÓN DE LA EMITANCIA ENTRE LAS LONG. DE O. λ_1 y λ_2

λT ($\mu\text{m} \cdot \text{K}$)	$F_{(0 \rightarrow \lambda)}$
200	0.000000
400	0.000000
600	0.000000
800	0.000016
1,000	0.000321
1,200	0.002134
1,400	0.007790
1,600	0.019718
1,800	0.039341
2,000	0.066728
2,200	0.100888
2,400	0.140256
2,600	0.183120
2,800	0.227897
2,898	0.250108
3,000	0.273232
3,200	0.318102
3,400	0.361735

λT ($\mu\text{m} \cdot \text{K}$)	$F_{(0 \rightarrow \lambda)}$
3,600	0.403607
3,800	0.443382
4,000	0.480877
4,200	0.516014
4,400	0.548796
4,600	0.579280
4,800	0.607559
5,000	0.633747
5,200	0.658970
5,400	0.680360
5,600	0.701046
5,800	0.720158
6,000	0.737818
6,200	0.754140
6,400	0.769234
6,600	0.783199
6,800	0.796129

2) CUERPOS GRISES (SUPERFICIES GRISES)

LA EMITANCIA ESPECTRAL DE UNA SUPERFICIE REAL A LA TEMPERATURA T NO ES IGUAL A LA DE UNA SUPERFICIE NEGRA A LA MISMA T



EN GENERAL

$$E_{\lambda} > E_{\lambda}^{\text{REAL}} \text{ A } T$$

DEF. FACTOR DE EMISION MONOCROMATICO O EMISIVIDAD ESPECTRAL A LA TEMPERATURA T

$$\varepsilon_{\lambda}(T) = \frac{E_{\lambda}(T)}{E_{b,\lambda}(T)} < 1$$

EMITANCIA DE UNA SUPERFICIE REAL A LA TEMPERATURA T

$$E(T) = \int_0^{\infty} E_{\lambda}(T) d\lambda = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}(T) E_{b,\lambda}(T) d\lambda$$

DEF: SUPERFICIE GRIS: $\varepsilon_{\lambda}(T) \equiv \varepsilon(T)$ INDEP. DE λ

$$E(T) = \varepsilon(T) \cdot \int_0^{\infty} E_{b,\lambda} d\lambda = \varepsilon(T) \cdot \sigma T^4$$

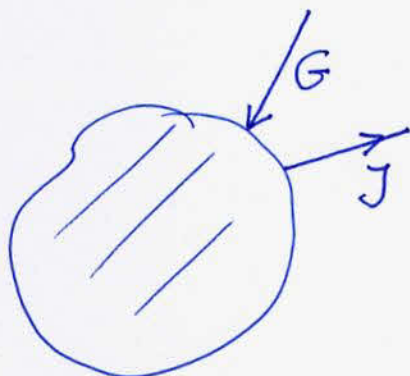
NOTA: PARA UNA SUPERFICIE GRIS A T , SU EMITANCIA ESPECTRAL ES LA EMITANCIA DE UNA SUPERFICIE NEGRA EQUIVALENTE PERO REDUCIDA UN FACTOR...

$\varepsilon(T)$ GRAFICA VERDE $E_{\lambda}^{\text{GRIS}}$
 $E_{\lambda}^{\text{GRIS}} = \varepsilon E_{b,\lambda}$

LEY DE KIRCHHOFF DE LA RADIACIÓN TÉRMICA

5

"SI UN CUERPO ESTÁ EN EQUILIBRIO TÉRMICO CON LOS ALREDEDORES, SU ABSORTIVIDAD α ES IGUAL A SU EMISIVIDAD ϵ "



$$\left. \begin{array}{l} \text{EQUILIBRIO} \rightarrow G = J \\ \text{PERO } J = E + (1 - \alpha) \cdot G \end{array} \right\} E = \alpha G$$

SI SE CAMBIA EL CUERPO POR OTRO IGUAL PERO NEGRO SIN CAMBIAR LAS CONDICIONES DE RADIACIÓN $J_b = E_b \Rightarrow E_b = G$ NI SU TEMPERATURA...

$$\left[\epsilon = \frac{E}{E_b} = \frac{\alpha G}{G} = \alpha \right]$$

CONSECUENCIA : PARA UN CUERPO (SUPERFICIE) GRIS A T EN EQUILIBRIO CON LOS ALREDEDORES

$$J = E + (1 - \epsilon)G = \epsilon E_b + (1 - \epsilon)G$$

$$J = \epsilon \sigma T^4 + (1 - \epsilon)G$$

N: PARA UN CUERPO (SUPERFICIE) NEGRO

$$J = \sigma T^4$$

ANEXO

1- DERIVACIÓN DE LA LEY DE WIEN

$$E_{b,\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

$$\frac{\partial E_{b,\lambda}}{\partial \lambda} = 2\pi hc^2 \cdot \left(\frac{hc}{\lambda^7 \cdot kT} \frac{e^{hc/\lambda kT}}{(e^{hc/\lambda kT} - 1)^2} - \frac{1}{\lambda^6} \frac{5}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \right) = 0$$

SIMPLIFICANDO

$$\frac{hc}{\lambda kT} \frac{e^{hc/\lambda kT}}{e^{hc/\lambda kT} - 1} - 5 = 0$$

$$\text{SI } x = \frac{hc}{\lambda kT} \Rightarrow \frac{x e^x}{e^x - 1} = 5 \Rightarrow (x-5)e^x + 5 = 0$$

LA SOLUCIÓN DE ESA ECUACION ES $x = 4,965$, DESHACIENDO EL CAMBIO,

$$\lambda_{\text{PICO}} \cdot T = \frac{hc}{k \cdot x} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

2- DERIVACION DE LA LEY DE STEFAN-BOLTZMANN

$$E_{b,\nu} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$E_b = \int_0^\infty E_{b,\nu} d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \frac{h\nu}{kT} \\ du = \frac{h}{kT} d\nu \end{array} \right.$$

$$= \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \underbrace{\int_0^\infty \frac{u^3}{e^u - 1} du}_{\pi^4/15} = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \cdot T^4$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$$