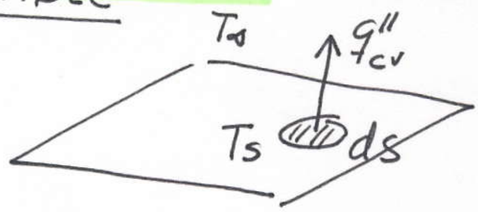
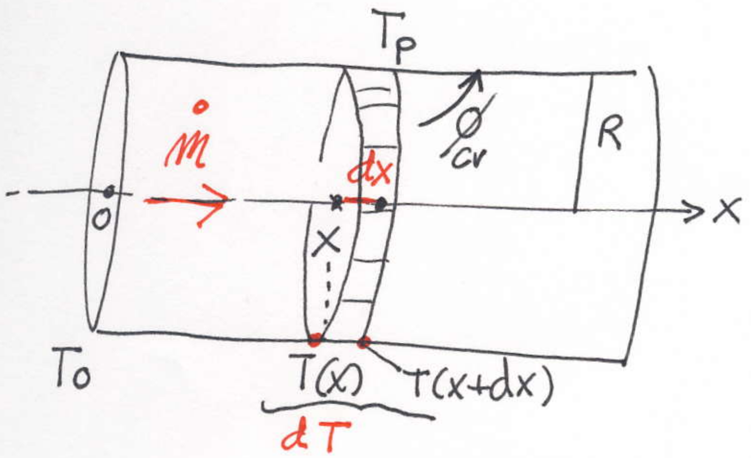
FLUJO DE CONVECCION VARIABLE

$$\phi_{cv} = \int_S q''_{cv} \cdot ds$$



Si $q''_{cv} = h\cdot(T_S - T_\infty)$ varía según T_S, entonces la integral ha de evaluarse una vez se conozca como es la Temperatura de cada elemento de superficie T_S en ds.

Veamos un ejemplo práctico. Sea una Tubería delgada a la intemperie T_p por la que circula un fluido a mayor temperat desde la entrada $T(x=0) = T_0$. Se desea saber cual será la tempera del fluido a la distancia x de la entrada



Para la porción de tubería de la figura de longitud dx, la diferencia de temperatura entre las dos caras es dT y se cumplirá

$$\left.\begin{aligned} d\phi_{cv} &= h\cdot 2\pi R\cdot dx\cdot(T(x) - T_p) \\ d\phi_{cv} &= \dot{m}\, C_p\cdot\big(T(x) - T(x+dx)\big) = -\dot{m}\, C_p\, dT \end{aligned}\right\}$$

$$2\pi R h\,(T - T_p)\,dx = -\dot{m}\, C_p\, dT \Rightarrow -\frac{2\pi R h}{\dot{m} C_p}\, dx = \frac{dT}{T - T_p}$$

$$\ln (T - T_p)\Big]_{T_0}^{T(x)} = -\frac{2\pi R h}{\dot{m} C_p}\, x \Rightarrow \frac{T(x) - T_p}{T_0 - T_p} = e^{-\frac{2\pi R h}{\dot{m} C_p} x}$$

$$\boxed{T(x) = T_p + (T_0 - T_p)\, e^{-\frac{2\pi R h}{\dot{m} C_p} x}}$$

A partir de este valor para $T(x)$ podemos calcular el flujo total como

$$\phi_{CV} = \int_{x=0}^{L} d\phi_{CV} = \int_0^L 2\pi R h\,(T(x)-T_P)\,dx = 2\pi R h\,(T_0-T_P)\int_0^L e^{-\frac{2\pi R h}{\dot{m} c_p}x}\,dx$$

Este flujo debería resultar igual a $\phi_{CV} = \int_0^L -\dot{m} c_p\, dT = \dot{m} c_p (T(0)-T(L))$

$$= \dot{m} c_p (T_0 - T_L)$$

En efecto: $\phi_{CV} = 2\pi R h (T_0 - T_P)\cdot \dfrac{1}{\left(-\frac{2\pi R h}{\dot{m} c_p}\right)} \cdot \left[e^{-\frac{2\pi R h}{\dot{m} c_p}x} \right]_{x=0}^{L} =$

$$= -\dot{m} c_p (T_0 - T_P)\cdot\left(e^{-\frac{2\pi R h}{\dot{m} c_p}L} - 1\right) =$$

$$= -\dot{m} c_p \left[\underbrace{(T_0-T_P)\cdot e^{-\frac{2\pi R h}{\dot{m} c_p}L}}_{T_L - T_P} - (T_0 - T_P) \right] =$$

$$= -\dot{m} c_p \left(T_L - \cancel{T_P} - T_0 + \cancel{T_P} \right) = \dot{m} c_p (T_0 - T_L) \quad \underline{\text{CQP}}$$

Aplicación:

¿Qué longitud máxima deberá tener una tubería delgada de radio R para que entrando un fluido con un caudal másico $\dot{m}$ a la temperatura T_0, salga a una temperatura T_L que es una fracción f de la temperatura de entrada, $T_L = f \cdot T_0$? La temperatura del exterior es T_P (igual a la temperatura de la pared de la tubería) y el coeficiente de convección interna es h.

$$\left. \begin{array}{l} T_L = T_P + (T_0 - T_P)\, e^{-\frac{2\pi R h}{\dot{m} c_p}L} \\ \text{CON} \quad T_L = f\, T_0 \end{array} \right\} \quad \boxed{L = \frac{\dot{m} c_p}{2\pi R h} \ln \frac{T_0 - T_P}{f T_0 - T_P}}$$

$$\left[\begin{array}{l} \dot{m} = 1\,\text{kg/s} \\ c_p = 1\,\text{cal/gr}^\circ\text{C} \\ R = 0{,}1 \\ h = 200\,\text{W/m}^2\text{K} \\ T_0 = 80^\circ\text{C} \\ T_P = 7^\circ\text{C} \\ f = 80\% \end{array} \right.$$

$\underline{L = 8{,}23\,\text{m}}$