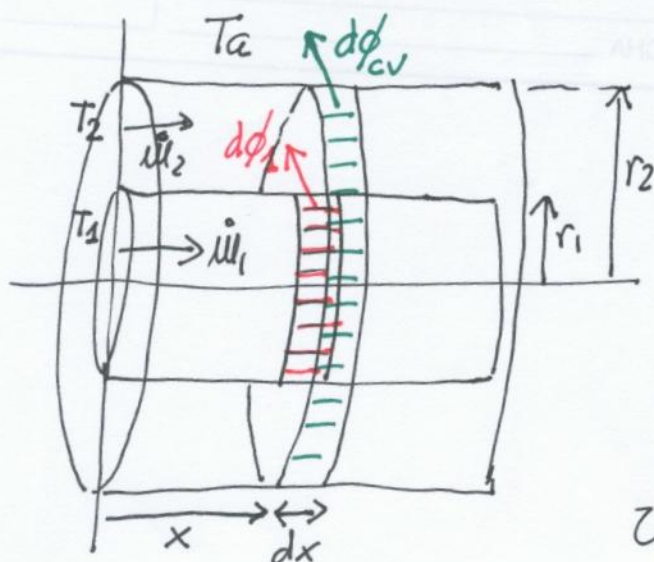


INTERCAMBIADORES DE CALOR CON PERDIDAS

1

SI LA CAPA CILINDRICA EXTERIOR PUEDE INTERCAMBIAR CALOR CON EL AMBIENTE, LOS BALANCES DE ENERGIA DEBEN INCLUIR DICHO CALOR INTERCAMBIADO



$d\phi_1 \equiv$ FLUJO CEDIDO POR EL FLUIDO INTERNO

$d\phi_2 \equiv$ FLUJO TOMADO POR EL FLUIDO EXTERNO

$d\phi_{cv} \equiv$ FLUJO INTERCAMBIADO ENTRE EL FLUIDO EXTERNO Y EL AMBIENTE

$U \equiv$ COEFICIENTE GLOBAL ENTRE EL FLUIDO INTERNO Y EL EXTERNO A TRAVES DEL CILINDRO INTERNO

$U' \equiv$ COEFICIENTE GLOBAL ENTRE EL FLUIDO EXTERNO Y EL AMBIENTE A TRAVES DEL CILINDRO EXTERNO

$$(1) \quad d\phi_2 = |d\phi_1| + d\phi_{cv}$$

$$d\phi_1 = -\dot{m}_1 C_{p1} dT_1 = U 2\pi r_1 dx \cdot (T_1(x) - T_2(x))$$

$$d\phi_2 = \dot{m}_2 C_{p2} dT_2 = \dot{m}_1 C_{p1} dT_1 + \underbrace{U' 2\pi r_2 dx (T_a - T_2(x))}_{d\phi_{cv} \text{ (TOMADO DEL EXTERIOR)}}$$

DE DONDE SE OBTIENE UN SISTEMA

(2)

$$\frac{dT_1}{dx} = - \frac{U \cdot 2\pi r_1}{\dot{m}_1 C_{p1}} (T_1(x) - T_2(x))$$

$$\frac{dT_2}{dx} = \frac{2\pi r_1 U}{\dot{m}_2 C_{p2}} (T_1(x) - T_2(x)) + \frac{2\pi r_2 U'}{\dot{m}_2 C_{p2}} (T_a - T_2(x))$$

JUNTO A LAS CONDICIONES DE CONTORNO $T_1(0) = T_1$, $T_2(0) = T_2$

NOTARSE QUE SI NO HAY PERDIDAS $\dot{U}' \equiv 0$ Y SE RECUPERA LA EXPRESIÓN CONOCIDA DE LA TEORÍA SIMPLIFICADA

2

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT_1(x)}{dx} &= -\frac{2\pi r_1 \dot{U}}{\dot{m}_1 c_{p1}} (T_1(x) - T_2(x)) \\ \frac{dT_2(x)}{dx} &= \frac{2\pi r_2 \dot{U}}{\dot{m}_2 c_{p2}} (T_1(x) - T_2(x)) \end{aligned} \right\} \frac{d}{dx} \underbrace{(T_1(x) - T_2(x))}_{\Delta T(x)} = -2\pi r_1 \dot{U} m_{ec} \underbrace{(T_1 - T_2)}_{\Delta T(x)}$$

$$\text{y } m_{ec} = \frac{1}{\dot{m}_1 c_{p1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{p2}}$$

$$\frac{d\Delta T(x)}{\Delta T(x)} = -2\pi r_1 \dot{U} m_{ec} dx \Rightarrow \log \Delta T(x) \Big|_{x=0}^x = -m_{ec} \cdot \dot{U} \cdot S(x)$$

DE DONDE SE RECUPERA $\Delta T(x) = \Delta T_i \cdot e^{-m_{ec} \dot{U} S(x)}$

EL EJEMPLO (2) PUEDE SER RESUELTO NUMÉRICAMENTE CON UN SIMPLE CÓDIGO MATLAB QUE USE ode45

```
T0(1) = T1;
T0(2) = T2;
Xspan = [0, XF];
f = @(X,T) [ -\frac{\dot{U} 2\pi r_1}{\dot{m}_1 c_{p1}} (T(1) - T(2)); \frac{2\pi r_1 \dot{U}}{\dot{m}_2 c_{p2}} (T(1) - T(2)) + \frac{2\pi r_2 \dot{U}}{\dot{m}_2 c_{p2}} (T(1) - T(2)) ];
[X,T] = ode45(f,Xspan,T0);
plot(X,T(:,1))
plot(X,T(:,1)-T(:,2))
```

AUNQUE TAMBIÉN ES POSIBLE OBTENER UNA SOLUCIÓN ANALÍTICA A PARTIR DE LA FORMA MATRICIAL DE (2)

$$\dot{\vec{T}} = A \vec{T} + \vec{B}$$

DONDE

$$\vec{T} \equiv \begin{pmatrix} T_1(x) \\ T_2(x) \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11} = -\frac{2\pi r_1 \dot{V}}{\dot{m}_1 C_{p1}} \quad a_{12} = \frac{2\pi r_1 \dot{V}}{\dot{m}_1 C_{p1}} \\ a_{21} = \frac{2\pi r_1 \dot{V}}{\dot{m}_2 C_{p2}} \quad a_{22} = -\frac{2\pi (r_1 \dot{V} + r_2 \dot{V}')}{\dot{m}_2 C_{p2}} \end{array} \right.$$

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2\pi r_2 \dot{V}' T_a}{\dot{m}_2 C_{p2}} \end{pmatrix}$$

LA SOLUCION ANALITICA REQUIERE DOS PASOS

1) REMOVER EL VECTOR CONSTANTE $\vec{B}$ DEFINIENDO

$$\vec{\theta} = \vec{T} + A^{-1} \cdot \vec{B}$$

LA NUEVA VARIABLE $\vec{\theta}$ CUMPLE

$$\dot{\vec{\theta}} = \dot{\vec{T}} = A \cdot (\vec{\theta} - A^{-1} \vec{B}) + \vec{B} = A \vec{\theta}$$

2) DIAGONALIZAR LA MATRIZ A DEFINIENDO OTRA NUEVA VARIABLE MAS $\vec{z}$ TAL QUE $\vec{z} = M \vec{\theta}$

$$\dot{\vec{z}} = M \dot{\vec{\theta}} = M A \vec{\theta} = \underbrace{M A M^{-1}}_{\Lambda} \vec{z}$$

$$M \equiv \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}$$

DONDE LA MATRIZ Λ ES DIAGONAL CON VALORES

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

λ_1 y λ_2 SON LOS VALORES PROPIOS DE A

DE ESTE MODO LA SOLUCION ES

$$\vec{T}(x) = \vec{v}_1 \alpha \cdot e^{\lambda_1 x} + \vec{v}_2 \beta \cdot e^{\lambda_2 x} - A^{-1} \cdot \vec{B}$$

$$\text{CON } \begin{cases} \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} m_{11} \\ m_{21} \end{pmatrix} \\ \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} m_{12} \\ m_{22} \end{pmatrix} \end{cases}$$

y α y β CONSTANTES A DETERMINAR POR C.C.

VECTORES PROPIOS DE A