

Problemas variados 2

14-

14.12.—Un recipiente tiene un valor en agua de $E=4 \cdot 10^5$ gr y está a $\theta=40^\circ\text{C}$ en un medio cuya temperatura es $\theta_a=20^\circ\text{C}$. El recipiente se enfria y su temperatura desciende $-\Delta\theta=2,5^\circ\text{C}$ en cinco minutos. Se considera válida la ley de enfriamiento de Newton.

El recipiente está atravesado por un serpentín, por el que circula vapor de agua a una atmósfera y a 100°C , que se supone se condensa totalmente, saliendo agua líquida a 100°C . El calor de vaporización del agua a 100°C es $l=540$ cal/gr.

Calcular: 1.º El volumen del vapor que ha de pasar, por minuto, para mantener la temperatura constante a $\theta_1=40^\circ\text{C}$. 2.º El tiempo que ha de transcurrir para que, pasando doble cantidad de vapor que la anterior, se eleve la temperatura hasta $\theta_2=50^\circ\text{C}$.

14.16.—Una esfera de radio r y temperatura uniforme está en el espacio sideral. Se supone que el Sol radia como un cuerpo negro y que su temperatura es de $T_0 = 6000^\circ \text{K}$. 1.º Calcular la temperatura de equilibrio T de la esfera, supuesta negra, en función del semidiámetro aparente del Sol visto desde la esfera. Calcular esta temperatura para valores del semidiámetro solar de $160'$, $16'$ y $1,6'$. 2.º Suponiendo que la esfera, cuya capacidad calorífica es $c = 1 \text{ cal/cm}^3 \text{ } ^\circ\text{K}$, está en el tiempo t a una temperatura $T' < T$ siendo T la de equilibrio, obtener la ecuación diferencial que liga T' y t .

1.º Si R es el radio del Sol y D la distancia de él a la esfera, a esta última le llega por cm^2 y seg una energía

$$\frac{4 \pi R^2 \sigma T_0^4}{4 \pi D^2} = \left(\frac{R}{D} \right)^2 \sigma T_0^4$$

de modo que a toda la esfera llegará

$$\pi r^2 \left(\frac{R}{D} \right)^2 \sigma T_0^4$$

y como esta energía, en el equilibrio, ha de ser igual a la radiada y ésta es $4 \pi r^2 \sigma T^4$, se tiene

$$T = T_0 \sqrt{\frac{R}{2D}}$$

y como R/D es el seno del diámetro aparente, se tiene en los tres casos propuestos

$$T_1 = 6000 \sqrt{\frac{1}{2} \sin 160'} = 915,2^\circ \text{K}.$$

$$T_2 = 6000 \sqrt{\frac{1}{2} \sin 16'} = 289,4^\circ \text{K}$$

$$T_3 = 6000 \sqrt{\frac{1}{2} \sin 1,6'} = 81,8^\circ \text{K}$$

2.º El calor que absorbe la esfera cuando su temperatura se incrementa en dT , tiene que ser igual al que recibe menos el que radia, luego

$$\frac{4}{3} \pi r^3 c dT = \left[\pi r^2 \left(\frac{R}{D} \right)^2 \sigma T_0^4 - 4 \pi r^2 \sigma T'^4 \right] dt$$

o bien

$$\frac{4rc}{3\sigma} dT = \left[\left(\frac{R}{D} \right)^2 T_0^4 - 4 T'^4 \right] dt$$

que es la ecuación diferencial pedida.

16-

14.21.—Un tabique aislado tiene un coeficiente de conductividad de $k=0,2$ kcal/m °C h y pasan por él $Q=0,5$ kcal/m² h. El espesor se desconoce. Con un espesor supuesto y los datos anteriores se calcula la temperatura θ_2 en función de la θ_1 que se conoce y resulta un valor superior en $\Delta\theta_2=0,1$ al real $\theta_2>\theta_1$. Calcular el error cometido en el espesor e .

Solución: $e=0,04$ m.

17-

14.23.—La cámara frigorífica de un barco tiene por dimensiones $4 \times 8 \times 2$ m³ y sus paredes, techo y suelo tienen 40 cm de espesor y están formadas por un material cuyo coeficiente de conductividad es $k=0,15$ b.t.u./ft °F h. La cámara se ha de conservar a 0° C y el exterior de ella se supone a 25° C; además la puerta se abre seis veces al día y se calcula que entran 200 kcal en el recinto cada vez que se abre. La cámara se refrigera por medio de una corriente de aire que entra en ella a -8° C y sale a 0° C. Calcular el número de m³ de este aire a 0° C que sale de la cámara por día. El aire sale a la presión normal y el calor específico del aire es $c_p=0,24$ kcal/kg °C.

Solución: 15590 m³.

18-

14.26.—Por una tubería de $l=500$ m de longitud y $2r=0,3$ m de diámetro exterior, circula vapor de agua recalentado a $t=200^\circ$ C que se supone ser también la temperatura del metal de la tubería. Por esta conducción circulan $G=8000$ kg de vapor por hora, cuyo calor específico es $c=0,57$ kcal/°C. La temperatura del exterior es $t_e=0^\circ$ C y se desea que la pérdida de temperatura en toda la tubería sea de $t-t'=2^\circ$ C, para lo cual se aísla la conducción con fibra de vidrio, de coeficiente de conductividad $k=0,03$ kcal/m °C h. Calcular el espesor del aislante de un modo aproximado.

Solución: 7,68 cm.

19-

14.28.—Una barra cilíndrica, de acero, de longitud muy grande, está perfectamente aislada por su superficie lateral de tal modo que sólo puede fluir calor a través de sus bases. Esta barra, que inicialmente estaba a la temperatura ambiente de $T_0=0^\circ\text{C}$, se coloca con una de sus bases en contacto con un foco térmico siempre a $T_1=300^\circ\text{C}$. Al cabo de cierto tiempo la sección de la barra que dista $x=80\text{ cm}$ de la base a 300°C . está a $T=22^\circ\text{C}$. Calcular el tiempo transcurrido. Para el acero: $k=0,12\text{ cal/cm }^\circ\text{C seg}$ $\rho=7,8\text{ gr/cm}^3$ $c=0,113\text{ cal/gr }^\circ\text{C}$.

Solución: $30^{\text{m}} 51^{\text{s}}$.

20-

14.30.—Un cuerpo calentado a 100°C y colocado en un ambiente a 27°C tarda un cierto tiempo en enfriarse 10°C . Calentado a otra temperatura emplea idéntico tiempo en enfriarse 20°C . Aplicando las leyes de los cuerpos negros, ¿cuál es esta segunda temperatura?

Solución: $145,3^\circ\text{C}$.

21-

14.32.—Una lámpara de $w=100$ vatios tiene un filamento de wolframio de $l=6\text{ cm}$ de longitud que se encuentra a una temperatura de $T=1527^\circ\text{C}=1800^\circ\text{K}$. La emisividad del wolframio a esta temperatura es: $\varepsilon=0,24$. Calcular el diámetro del filamento.

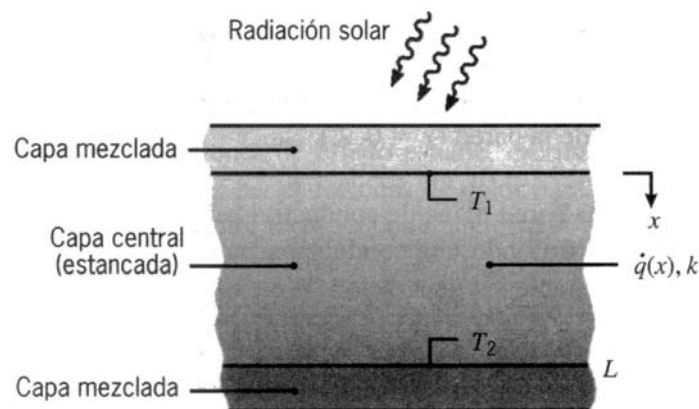
Solución: $3,71\text{ mm}$.

14.33.—Dos cuerpos negros esféricos de radios $r_1 = 1$ cm y $r_2 = 2$ cm están colocados a $R_1 = 1$ m y $R_2 = 3$ m de un aparato receptor integral, como una termopila, que por medio de una pantalla absolutamente opaca puede captar las radiaciones de uno u otro. El área del receptor es de $s = 284$ mm² y la energía que se recibe de ambos focos es la misma e igual a 30 cal/min. Calcular las temperaturas de los dos focos.

Solución: 1.º 6002° K.

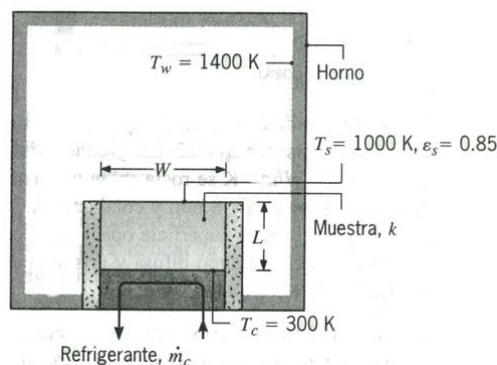
2.º 7351° K.

23-(2.24 del Incropera; Ley de Fourier, ecuación de calor y balance de energía) Un estanque solar poco profundo con gradiente salino consiste en tres capas fluidas distintas y se utiliza para absorber energía solar. Las capas superior e inferior están bien mezcladas y sirven para mantener las superficies superior e inferior de la capa central a temperaturas uniformes T_1 y T_2 , donde $T_2 > T_1$. Considere condiciones para las que la absorción de la radiación solar en la capa central proporciona una generación no uniforme de calor de la forma $\dot{q}(x) = Ae^{-ax}$, y la distribución de temperatura en la capa central es: $T(x) = -\frac{A}{ka^2}e^{-ax} + Bx + C$. Las cantidades A (W/m³), a (1/m), B (K/m) y C (K) son constante conocidas, y k es la conductividad térmica que también es constante.



- Obtenga expresiones para la rapidez a la que se transfiere calor por unidad de área de la capa inferior a la capa central y de ésta a la capa superior.
- Determine si las condiciones son estacionarias o transitorias.
- Obtenga una expresión para la rapidez a la que se genera energía térmica en la capa central, por unidad de área superficial.

24-(12.74 del Incropera) Un procedimiento para medir la conductividad térmica de sólidos a temperaturas elevadas implica la colocación de una muestra en la parte inferior de un horno. La muestra tiene espesor L y se coloca en un contenedor cuadrado de lado W cuyos lados están bien aislados. Las paredes de la cavidad se mantienen a T_w , mientras que la superficie inferior de la muestra se mantiene a una temperatura mucho más baja T_c al hacer circular un refrigerante a través del contenedor de la muestra. La superficie superior de la muestra es difusa y gris con una emisividad ϵ_s . Su temperatura T_s se mide de manera óptica.



- Ignorando los efectos de la convección, obtenga una expresión de la cual se pueda evaluar la conductividad térmica de la muestra en términos de las cantidades medidas y conocidas (T_w , T_s , T_c , ϵ_s y L). Las mediciones se realizan bajo condiciones de estado estacionario. Si $T_w = 1.400 \text{ K}$, $T_s = 1.000 \text{ K}$, $T_c = 300 \text{ K}$, $\epsilon_s = 0,85$ y $L = 0,015 \text{ m}$, ¿cuál es la conductividad térmica de la muestra?
- Si $W = 0,1 \text{ m}$ y el refrigerante es agua con un flujo másico de $\dot{m} = 0,1 \text{ kg/s}$, ¿es razonable suponer una temperatura uniforme T_c de la superficie inferior?

Solución: a) $k = 2,93 \text{ W/m}\cdot\text{K}$; b) $\Delta T_{\text{agua}} = 3,3 \text{ K}$ Por tanto, sí es razonable suponer T_c uniforme.

25- Nº6(pag 89)

Un cilindro sólido con generación interna de calor uniforme de 2 cm. De diámetro, sus extremos se encuentran a las temperaturas siguientes en $x_1 = 0$ $T_1 = 400^\circ \text{ C}$ y en $x_2 = 3\text{ m}$ $T_2 = 0^\circ \text{ C}$ su superficie exterior se encuentra aislada, la conductividad térmica del cilindro es $100 \text{ W/m}^\circ\text{K}$, si su temperatura máxima se alcanza a $x = 0,8\text{ m}$ del extremo inicial, determinar:

- a) La temperatura máxima.
- b) La generación interna de calor.
- c) Los flujos de calor en $x = 0$ y $x = 3\text{ m}$.
- d) Realizar un diagrama T vs. longitud del cilindro