
1.4. PROBLEMAS PROPUESTOS

- 1.3. ¿Cuánto calor se necesita para calentar el aire de una habitación de 3 m de larga por 4 m de anchura y 2,5 m de altura desde $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ si la densidad del aire es $1,3\text{ kg/m}^3$ y su calor específico vale $1\text{ kJ}/(\text{kg K})$. (Solución: 1170 kJ)
- 1.4. ¿Qué quemadura es más peligrosa: la producida por agua hirviendo o por vapor de agua? ¿Por qué? (Solución: la de vapor de agua)
- 1.5. Un recipiente de aluminio de 50 g de masa contiene 100 g de agua. La temperatura de ambos es de $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Qué cantidad de hielo a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ hay que añadir, manteniendo constante la presión y aislado el recipiente, para que la temperatura resultante del sistema, una vez alcanzado el equilibrio, sea de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$? (Nota. Tómense los siguientes calores específicos: para el aluminio, $c_{p-\text{Al}} = 0,9\text{ kJ}/(\text{kg K})$; para el hielo, $c_{p-\text{hie}} = 2,14\text{ kJ}/(\text{kg K})$; para el agua, $c_{p-\text{H}_2\text{O}} = 4,187\text{ kJ}/(\text{kg K})$ y como calor (latente) de fusión del hielo: $L_f = 333\text{ kJ/kg}$) (Solución: $\frac{24,68\text{ g}}{22,5}$)
- 1.6. Se tiene 1 kg de hielo en un recipiente aislado de masa despreciable. Sobre él se va a verter, a presión constante de 1 atm, 1 kg de vapor de agua a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Se pregunta:
- ¿Cuánto hielo se funde?
 - ¿Cuánto vapor se necesita condensar para fundir todo el hielo?
 - ¿Cuál es la temperatura final del sistema?
 - ¿Cuánto vapor queda al alcanzarse el equilibrio?
- (Nota. Tómese para el calor de fusión del hielo a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $L_f = 333\text{ kJ/kg}$, para el calor de vaporización del agua (líquida) a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, 2257 kJ/kg , y para el calor específico del agua (líquida), $4,187\text{ kJ}/(\text{kg K})$).
- (Solución: a) todo; b) 0,1475 kg; c) $100\text{ }^{\circ}\text{C}$; d) 0,6673 kg)

2.6. PROBLEMAS PROPUESTOS

- 2.4. Se tiene un recipiente de vidrio de 5 mm de espesor en forma de paralelepípedo de 40 cm de longitud, 20 cm de anchura y 25 cm de altura que está completamente lleno de hielo a 0 °C. Si se introduce parcialmente hasta una profundidad de 15 cm en otro recipiente que contiene agua mantenida a 40 °C, ¿cuánto hielo se fundirá en dos minutos? (Datos: tómense como conductividad térmica del vidrio $k = 1 \text{ W}/(\text{m } ^\circ\text{C})$ y como calor de fusión del hielo $L_f = 333 \text{ kJ}/\text{kg}$).
(Solución: $0,8649$ kg)
~~7475~~
- 2.5. Una placa plana de 3 cm de espesor se expone a una corriente de aire a 22 °C que fluye sobre su superficie superior de $60 \times 80 \text{ cm}^2$, que se mantiene a 222 °C. El coeficiente de transmisión de calor por convección en esa superficie es de $25 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$. Además, pierde por radiación 250 W. Sabiendo que la conductividad térmica de la placa es de $40 \text{ W}/(\text{m K})$, averiguar la temperatura en la superficie inferior de la placa.
(Solución: 226,1 °C)
- 2.6. Una plancha eléctrica consume una potencia de 100 W. Su superficie es de 500 cm^2 y se puede considerar que su emisividad es de $\epsilon = 0,9$. Si se supone que no incide ninguna radiación sobre ella y se desprecian los intercambios energéticos por convección y conducción, se pregunta:
a) ¿Cuál será la temperatura de la superficie?
b) Si se duplicara la superficie y no se modificaran el resto de las características mencionadas, ¿cuál sería la nueva temperatura?
(Dato: $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ (SI)}$) (Solución: a) 171,8 °C; 101,0 °C)
- 2.7. Sobre la superficie de la nieve se deposita una capa de hollín para convertirla en un absorbente perfecto de la radiación solar. Supóngase que, en un día soleado, la radiación solar que llega a la nieve es de $170 \text{ W}/\text{m}^2$. ¿Cuánto habrá disminuido el espesor de la nieve desde las 12 h hasta las 14 h? Datos: densidad de la nieve: $100 \text{ kg}/\text{m}^3$; Calor de fusión de la nieve: $333 \text{ kJ}/\text{kg}$. (Solución: 3,7 cm)

3.9. PROBLEMAS PROPUESTOS

3.8. La conductividad térmica de una placa plana varía con la temperatura según la ecuación $k = 1 + 0,005T$, donde T es la temperatura Celsius y k viene expresada en unidades del SI, $W/(m \text{ K})$. Las temperaturas de las caras externas de la placa son $200 \text{ }^\circ\text{C}$ y $100 \text{ }^\circ\text{C}$. Si el espesor de la placa es de 30 cm y se supone que el régimen es estacionario, averiguar:

- El flujo calorífico específico.
- El flujo calorífico si no se hubiera tenido en cuenta el término de la conductividad térmica que varía con la temperatura y el error cometido.
- La temperatura en el centro de la placa en ambos casos.
- La ecuación de la distribución de temperaturas en la placa.

(Solución: a) $583,3 \text{ W/m}^2$; b) $333,3 \text{ W/m}^2$; $42,86 \%$;
c) $153,6 \text{ }^\circ\text{C}$; $150 \text{ }^\circ\text{C}$; d) $0,0025T^2 + T - 300 = -583,3x$)

3.9. La conductividad térmica del óxido de uranio disminuye con la temperatura. Supóngase que la ecuación que rige esa variación sea: $k = C/T$, donde C es una constante y T es la temperatura absoluta. Si se tiene una placa plana de 10 cm de espesor con temperaturas en las caras externas de $300 \text{ }^\circ\text{C}$ y $100 \text{ }^\circ\text{C}$ y se supone régimen estacionario:

- ¿Cuál será la temperatura en el punto medio de la placa?
- ¿Cuál será el flujo calorífico específico (en función de C)?

(Solución: a) $189,3 \text{ }^\circ\text{C}$; b) $4,292C$)

3.10. Para disminuir las pérdidas caloríficas de la pared de un horno industrial, se le va a recubrir de una capa de material aislante de 5 cm de espesor de conductividad térmica $k_{ai} = 0,06 \text{ W/(m K)}$. El material del horno posee una conductividad térmica $k_h = 1 \text{ W/(m K)}$ y su espesor es de 25 cm . Las temperaturas de la superficie interior del horno y de la superficie exterior del aislante son, respectivamente, $900 \text{ }^\circ\text{C}$ y $37 \text{ }^\circ\text{C}$. Averiguar la cantidad de calor, por unidad de tiempo y de superficie, transmitido al exterior en régimen estacionario.

(Solución: $796,6 \text{ W/m}^2$)

3.11. Dos paredes planas A y B se hallan superpuestas. La B se encuentra a la derecha de A . Sus espesores respectivos son de 5 y 3 cm . La cara externa (izquierda) de la pared A se halla a $55 \text{ }^\circ\text{C}$ y la cara externa (derecha) de la B se encuentra a $-5 \text{ }^\circ\text{C}$. La conductividad de la primera, A , es 5 veces la de la segunda, B : $k_A = 5k_B$. Suponiendo que el régimen es estacionario, se pregunta:

- ¿Cuál es la temperatura de la superficie de separación de ambas paredes?
- ¿Si se intercambian las temperaturas de las caras externas, se modificará la temperatura de la superficie de separación de las paredes? ¿Y el calor transmitido?

(Solución: a) $40 \text{ }^\circ\text{C}$; b) sí, será de $10 \text{ }^\circ\text{C}$; se modificará solo el sentido del flujo calorífico)

3.12. Se tienen dos paredes planas superpuestas de 2 m de espesor cada una. La primera, 1, tiene su cara izquierda, A , a $60 \text{ }^\circ\text{C}$ y la derecha, B , a una temperatura desconocida, t_2 . A continuación, hacia la derecha, en contacto con la cara B se encuentra la segunda pared, 2, de conductividad térmica, k_2 , desconocida. La temperatura de la cara

derecha, C , de la pared 2 (la cara que no está en contacto con la 1) es de $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$. En un punto, P , que se encuentra a $3,90\text{ m}$ a la izquierda de la cara C , la temperatura es de $57\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si la conductividad de la pared 1 es de $400\text{ W}/(\text{m K})$ y el régimen es estacionario, calcular:

a) El flujo calorífico específico (calor por unidad de tiempo y de superficie).

b) El valor numérico de la conductividad, k_2 , de la segunda pared.

(Solución: a) $12 \times 10^3\text{ W}/\text{m}^2$; b) $480\text{ W}/(\text{m K})$)

3.13. Una pared plana de cobre de 3 cm de espesor tiene un termopar a 4 mm de su cara izquierda que da una lectura de $180\text{ }^{\circ}\text{C}$. Yuxtapuesta con ella a la derecha se sitúa otra pared plana de hierro de doble espesor, 6 cm , que tiene otro termopar situado a 3 mm de la cara derecha que da una lectura de $150\text{ }^{\circ}\text{C}$. Tómesese para la conductividad térmica del cobre $k_{Cu} = 376\text{ W}/(\text{m K})$ y para la del hierro, $k_{Fe} = 70\text{ W}/(\text{m K})$. Suponiendo que el régimen es estacionario, averiguar:

a) El flujo calorífico que atraviesa las placas.

b) Las temperaturas de la cara izquierda de la pared de cobre, de la cara derecha de la pared de hierro y de la superficie de separación de ambas paredes.

(Solución: a) $33,96 \times 10^3\text{ W}/\text{m}^2$; b) $180,4\text{ }^{\circ}\text{C}$; $148,5\text{ }^{\circ}\text{C}$; $177,7\text{ }^{\circ}\text{C}$)

3.14. Una pared plana, B , de 10 cm de espesor y conductividad $k_B = 100\text{ W}/(\text{m K})$ se encuentra entre otras dos, A , a su izquierda y C a su derecha. Sus espesores son, respectivamente, $l_A = 20\text{ cm}$ y $l_C = 30\text{ cm}$, y sus conductividades respectivas: $k_A = 200\text{ W}/(\text{m K})$ y $k_C = 300\text{ W}/(\text{m K})$. La diferencia de temperaturas entre los centros de las paredes A y B es: $T_P - T_{P'} = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Se supone que el régimen es estacionario, las conductividades constantes y que no hay fuentes internas de calor. Calcular:

a) El flujo calorífico específico (calor por unidad de tiempo y de superficie).

b) La diferencia de temperaturas entre el punto medic de la pared B y la cara derecha de la pared C : $T_{P'} - T_{C1}$.

(Solución: a) $40 \times 10^3\text{ W}/\text{m}^2$; b) $60\text{ }^{\circ}\text{C}$)

3.15. Se tienen tres paredes planas superpuestas, A , B , C , atravesadas por un flujo estacionario de calor. Las temperaturas de las dos caras de la pared C , son 30 y $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, como indica la figura. Los espesores de las paredes B y C son, respectivamente, $2d$, y d . Las conductividades de las paredes están relacionadas por $k_A = k_C = 2,5k_B$. Se pregunta el valor numérico de la temperatura en el punto X , que se encuentra en la pared A , a una distancia $d/2$ del plano 2, cara anterior de la pared B .

(Solución: $140\text{ }^{\circ}\text{C}$)

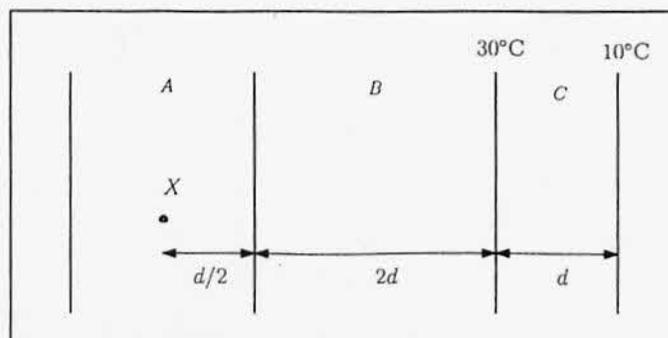


Figura 3.11: Problema 3.7

- 3.16. Una pared está compuesta por dos capas superpuestas de ladrillos, una interior, A , de 10 cm de espesor y de conductividad $k_A = 1$ (W/m K) y la exterior, B , de 20 cm de espesor y de conductividad $k_B =$ desconocida. En régimen estacionario o permanente la temperatura interior de la capa A es de 200 °C y la exterior de la capa B es de 100 °C. Con objeto de reducir las pérdidas caloríficas a la mitad, se añade a la capa exterior B una capa de material aislante de 3 cm de espesor con lo cual cambian las temperaturas y la interior de la capa A pasa a ser de 210 °C, la de separación entre los dos tipos de ladrillos 200 °C, y la exterior de la capa de aislante es de 70 °C. Se pregunta:
- ¿Cuál es el flujo calorífico que atraviesa la capa de aislante?
 - ¿Cuál es la conductividad de los ladrillos de la capa B ?
 - ¿Cuáles son las temperaturas de separación entre los ladrillos de la capa A y de la capa B cuando no hay aislante y de la superficie de separación entre los ladrillos de la capa B y del aislante?
 - ¿Cuál es la conductividad del aislante?

(Solución: a) 100 W/m²; b) 0,5 W/(m K); c) 180 °C; 160 °C; d) 0,03333 W/(m K))

- 3.17. Se tienen las paredes planas A, B, C, D y E dispuestas como indica la figura. En régimen estacionario, calcular el flujo calorífico y las temperaturas de separación entre las paredes. Se supone que el flujo es monodimensional de izquierda a derecha. Tómese la unidad para la profundidad de la pared (perpendicular al plano del papel).

(Solución: a) 1826 W; b) 54,78 °C; 30,44 °C; 25,22 °C)

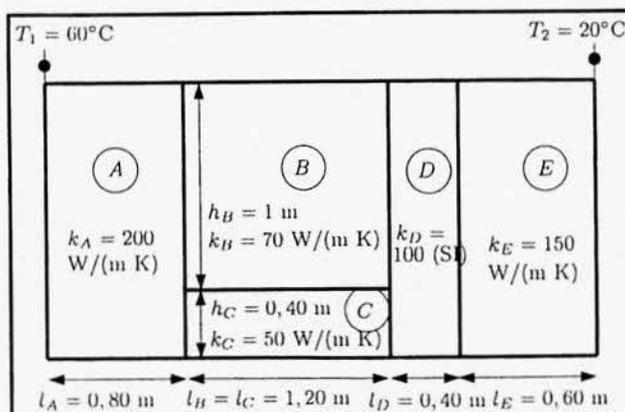


Figura 3.12: Problema 3.6

- 3.18. La superficie de un lago se está helando de tal modo que puede admitirse que la temperatura de la capa de hielo en contacto con el aire se encuentra a -5 °C. Si la temperatura de la capa de hielo inferior, que se encuentra en contacto con el agua, estuviera a 0 °C, ¿cuánto tiempo tardará en formarse una capa de hielo de 1 cm de espesor? (Datos del hielo: calor de fusión: 333 kJ/kg; densidad, 920 kg/m³; conductividad térmica, 2,2 W/(m K)).

(Solución: 23 min 13 s)

- 3.19. Se tiene una pared cilíndrica (cilindro hueco) de radios $r_1 = 1$ m y $r_2 = 2,718$ m y temperaturas respectivas, $T_1 = 60$ °C en la superficie interior y $T_2 = 30$ °C en la exterior de un material cuya conductividad térmica varía con la temperatura según la ley $k = 1 + 2T$, donde T es la temperatura Celsius y la conductividad, k , está expresada en unidades del Sistema Internacional (SI), W/(m K). Suponiendo que el régimen de propagación del calor es radial y estacionario, calcular:

- El flujo calorífico transmitido por unidad de longitud del cilindro.
- La ecuación de la distribución de temperaturas en el cilindro.
- La temperatura en un punto que dista $r = 2$ m del eje del cilindro.

(Solución: a) $17,15 \times 10^3$ W/m; b) $T^2 + T = -2730 \ln r + 3660$; c) 41,54 °C)

3.20. Se tienen dos paredes cilíndricas superpuestas con el mismo eje. La primera, de radios $r_1 = 5$ cm y $r_2 = 10$ cm, es de aluminio (tómese como su conductividad térmica el valor $k_{Al} = 209$ W/(m K)) y la segunda, de radios $r_2 = 10$ cm y $r_3 = 15$ cm, es de cobre (tómese como su conductividad térmica el valor $k_{Cu} = 376$ W/(m K)). La temperatura de la superficie interior de aluminio (la de radio r_1) es $T_1 = 60$ °C y la de la superficie exterior de cobre (la de radio r_3) es $T_3 = 20$ °C. En condiciones de régimen estacionario, averiguar:

a) El flujo calorífico por unidad de longitud del cilindro.

b) La temperatura, T_2 , de la superficie de separación entre ambas paredes.

c) Se rodea la pared cilíndrica exterior de una capa de aislante (amiante de conductividad térmica $k_{Ai} = 0,04$ W/(m K)), que reduce las pérdidas en un 99%. Supóngase que se mantiene la temperatura interna del aluminio $T_1 = 60$ °C y que la superficie exterior del aislante es $T_4 = 20$ °C. ¿Cuáles serán, en ese caso, las temperaturas, T_2 , de la superficie de separación entre el aluminio y el cobre, y T_3 , de la superficie de separación entre el cobre y el aislante? ¿Y cuál será el espesor del aislante amianto añadido?

(Solución: a) $57,19 \times 10^3$ W/m; b) 29,81 °C;
c) $T_2 = 59,7$ °C, $T_3 = 59,60$ °C; 2,6 mm)

3.21. Se tienen dos paredes cilíndricas superpuestas en serie con el mismo eje central y con la misma longitud de 4 m. La primera, A, tiene de radios $r_1 = 10$ cm y $r_2 = 15$ cm. La segunda, B, tiene de radios, $r_2 = 15$ cm y $r_3 = 20$ cm. La temperatura en la cara interior (la de radio r_1) es de 20 °C y en la de radio r_2 es de 10 °C. La conductividad térmica de la pared A es $k_A = 200$ W/(m K), pero la de la pared B varía con la temperatura según la ecuación $k_B = 400(1 + \frac{1}{4}T)$, donde T es la temperatura Celsius. Averiguar la temperatura en un punto que diste 18 cm del centro suponiendo que el régimen es estacionario, que no hay fuentes internas de calor y que el flujo calorífico es radial.

(Solución: 9,342 °C)

3.22. Una pared esférica de radios $r_1 = 20$ cm y $r_2 = 40$ cm tiene una conductividad térmica variable con la temperatura según la ley $k(T) = 100 + 2T$, donde T es la temperatura Celsius y k está medida con unidades del Sistema Internacional (SI). La temperatura de la superficie interior (la de radio r_1) es $T_1 = 90$ °C y la de la superficie exterior (la de radio r_2) es $T_2 = 30$ °C. En condiciones de régimen estacionario, averiguar:

a) El flujo calorífico, q , que atraviesa la capa esférica.

b) La ecuación de la distribución de temperatura.

c) La temperatura en un punto de radio 30 cm.

(Solución: a) $66,35 \times 10^3$ W/m²;

b) $T^2 + 100T - 17100 = -5280 \left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{0,2}\right)$; c) 53,92 °C)

3.23. Se tienen dos paredes esféricas con el mismo centro y yuxtapuestas. La primera, A, tiene por radios $r_1 = 0,8$ m y $r_2 = 1$ m y su conductividad térmica es $k_A = 400$ W/(m K). La segunda, B, tiene por radios $r_2 = 1$ m y r_3 de valor desconocido. Su conductividad térmica es $k_B = 300$ W/(m K). Si la temperatura en un punto, P, de radio $r_P = 1,2$ m es de 50 °C, la temperatura de la superficie exterior (la de radio r_3) de la esfera B es de 20 °C y el flujo térmico en régimen estacionario que atraviesa las esferas es de 10^6 W, averiguar:

a) El valor del radio r_3 .

b) La temperatura, T_2 , de la superficie de separación de ambas esferas y la temperatura, T_1 , de la superficie interior (de radio r_1) de la esfera A.

(Solución: a) 1,388 m; b) $T_2 = 94,21$ °C; $T_3 = 143,9$ °C)

4.5. PROBLEMAS PROPUESTOS

4.5. Una pared plana está compuesta de tres partes, una central, A , y dos laterales, B y C . La parte central, A , contiene fuentes internas de calor uniformemente distribuidas, que generan $1,5 \times 10^6 \text{ W/m}^3$. La conductividad del material A es de 75 W/(m K) , y su espesor $2l_A = 100 \text{ mm}$. Las partes B y C no contienen fuentes internas de calor y su conductividad es la misma, 150 W/(m K) , y también su espesor $l_B = l_C = 20 \text{ mm}$. Las superficies exteriores de B y C están enfriadas por una corriente de agua de temperatura $T_\infty = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ y coeficiente de transmisión del calor de $1000 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$. Se pide:

a) Dibujar la distribución de temperaturas en todo el sistema bajo condiciones estacionarias.

b) Averiguar la temperatura T_0 del plano medio (paralelo a las paredes) de la parte central A , la temperatura T_1 de la superficie de separación entre A y B y la temperatura T_2 de la superficie exterior de B .

(Solución: a) En A la distribución es parabólica y en B y C es lineal; b) $140 \text{ }^\circ\text{C}$, $115 \text{ }^\circ\text{C}$, $105 \text{ }^\circ\text{C}$)

4.6. Una placa plana de 80 cm de espesor y conductividad térmica constante $k = 200 \text{ W/(m K)}$ contiene fuentes internas de calor uniformemente distribuidas con una intensidad $q''' = 2 \times 10^4 \text{ W/m}^3$. Las caras externas se mantienen a temperaturas constantes T_1 a determinar y $T_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$. Tómese el eje x perpendicular a las caras con el origen de coordenadas en el centro de la placa y el sentido positivo del eje x hacia la cara de temperatura T_2 . Supóngase que el régimen es estacionario y el flujo calorífico monodimensional según el eje x . El plano en que la temperatura es máxima está situado en $x_m = -0,20 \text{ m}$. Averiguar:

a) El flujo calorífico específico (calor por unidad de tiempo y de superficie) que sale por la cara externa de temperatura T_2 .

b) El valor de la temperatura T_1 .

c) La temperatura, T_0 , del plano medio ($x = 0$).

d) La temperatura máxima en la placa.

(Solución: a) $12 \times 10^3 \text{ W/m}^2$; b) $46 \text{ }^\circ\text{C}$; c) $46 \text{ }^\circ\text{C}$; d) $48 \text{ }^\circ\text{C}$)

4.7. Por una barra cilíndrica maciza de un acero inoxidable de conductividad térmica $k = 16,3 \text{ W/(m K)}$ y resistividad eléctrica $\rho = 72 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ se hará pasar una corriente eléctrica de 250 A . La temperatura en la superficie de la barra es de $41 \text{ }^\circ\text{C}$ y se desea que la temperatura en el eje de la barra no supere los $45 \text{ }^\circ\text{C}$. Se pregunta:

a) ¿Cuál debe ser el radio mínimo de la barra?

b) ¿Cuál es la intensidad de las fuentes internas de calor?

c) Si se duplicara la intensidad de la corriente eléctrica ¿cuál sería la nueva diferencia entre la temperatura del eje de la barra y su superficie?

(Solución: a) $4,181 \text{ mm}$; b) $14,92 \times 10^6 \text{ W/m}^3$; c) $16 \text{ }^\circ\text{C}$)

4.8. Un cable de acero inoxidable de 2 m de longitud y 4 mm de diámetro pasa por un recinto en el que se ha hecho el vacío. El cable transporta una corriente eléctrica de 100 A y toda la energía eléctrica se disipa en forma de energía radiante hacia el exterior en régimen estacionario y radial. La superficie del cable posee una emisividad de 0,6 y tómenselas características del acero inoxidable las siguientes: resistividad eléctrica $\rho = 70 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ y conductividad térmica $k = 16,3 \text{ W}/(\text{m K})$. Averiguar:

a) La temperatura de la superficie exterior del cable.

b) La temperatura del eje del cable.

(Solución: a) 795,2 °C; b) 798 °C)

4.9. Se tiene una esfera maciza de hierro (tómese para su conductividad térmica el valor $k = 70 \text{ W}/(\text{m K})$) de 20 cm de radio. En su interior existen fuentes internas de calor uniformemente distribuidas con una intensidad $q''' = 2 \times 10^4 \text{ W}/\text{m}^3$. Si la temperatura de la superficie exterior de la esfera es de 30 °C y el régimen es estacionario, averiguar:

a) El valor de la temperatura en el centro de la esfera.

b) La temperatura en un punto que dista 10 cm del centro de la esfera.

c) El flujo calorífico que sale de la esfera.

d) El flujo calorífico que atraviesa una superficie esférica de 10 cm de radio.

(Solución: a) 31,90 °C; b) 31,43 °C; c) 670,2 W; d) 83,78 W)

5.4. PROBLEMAS PROPUESTOS

- 5.3. En una placa plana, se transmite calor en régimen variable. La distribución de temperaturas en la placa, en función de la posición y del tiempo, viene dada por la ecuación: $T(x) = 15x^2 - 30x + bt$ donde T es la temperatura Celsius, x es la distancia, expresada en metros, a la cara izquierda de la placa y t es el tiempo en segundos. El espesor de la placa es de 0,3 m y su conductividad térmica vale 70 W/(m K). En su interior, existen fuentes internas de calor cuya intensidad es $q''' = 10^4$ W/m³. Se pregunta:
- ¿Cuál es el flujo calorífico específico, q'' (calor por unidad de tiempo y de superficie) en la cara izquierda de la placa ($x = 0$) y en la cara derecha ($x = 0,3$) en el instante inicial, $t = 0$?
 - ¿Se está enfriando o calentando la placa? ¿Cuánto? (Tómense los siguientes datos: densidad: $\rho = 787,4 \times 10^3$ kg/m³ y calor específico a presión constante: $c_p = 0,47 \times 10^3$ J/(kg K))
 - ¿Cuánto vale la constante b ?
 - ¿Cuánto valen las temperaturas en las caras externas de la placa en el instante inicial? ¿En qué posición de la placa se hallan las temperaturas mínima y máxima de la placa? ¿Cuánto valen en el instante inicial?
 - ¿Cuánto valen las temperaturas en las caras externas de la placa una vez transcurridas 10 horas? ¿En qué posición de la placa se hallan las temperaturas mínima y máxima de la placa? ¿Cuánto valen ahora?

(Solución: a) 2,1 kW/m² y 1,47 kW/m²; b) calentando, $3,269 \times 10^{-5}$ K/s; c) $3,269 \times 10^{-5}$ K/s; d) 0 °C y -7,65 °C; $x = 0$ m y $x = 0,3$ m; e) 1,177 °C y -6,473 °C; $x = 0$ m y $x = 0,3$ m)

- 5.4. En una placa plana, se transmite calor en régimen variable. La distribución de temperaturas en la placa, en función de la posición y del tiempo, viene dada por la ecuación: $T(x, t) = 10 + ax + bx^2 + ft$ donde T es la temperatura Celsius, x es la coordenada espacial en metros y t es el tiempo en segundos. La placa se halla situada perpendicularmente al eje x con su cara izquierda en $x = 0$ y la derecha en $x = 0,2$ m. La conductividad térmica vale 200 W/(m K). La superficie de la placa es de 12 m² y se supone que el flujo calorífico lleva la dirección del eje x . En el interior de la placa existen fuentes internas de calor uniformemente distribuidas con una intensidad de 300 W/m³. En el instante inicial ($t = 0$), la placa absorbe por su cara izquierda (la situada en $x = 0$) 2400 W, mientras que por la derecha (la situada en $x = 0,2$) cede al exterior 480 W. Averiguar:
- Los valores de a , b y d .
 - Las temperaturas de ambas caras en el instante inicial.
 - ¿Cómo fluye el calor, de la cara izquierda a la derecha o de la derecha a la izquierda, o bien desde el interior de la placa hacia las dos caras exteriores?
 - ¿La temperatura de la placa está creciendo o decreciendo con el tiempo? ¿Cuánto? (la densidad de la pared es 2700 kg/m³ y su calor específico a presión constante vale 900 J/(kg K)).
 - ¿En qué punto de la placa se alcanza la temperatura más baja en el instante inicial y cuánto vale?

(Solución: a) $a = -1$ K/m; $b = 2$ K/m² y $d = 4,527 \times 10^{-4}$ K/s; b) 10 °C y 9,88 °C; c) de izquierda a derecha; d) creciendo; $4,527 \times 10^{-4}$ K/s; e) $x = 0,2$ m y 9,88 °C)

5.5. Se tiene una pared cilíndrica (o capa cilíndrica) maciza de radios $r_1 = 10$ cm y $r_2 = 30$ cm y conductividad térmica constante $k = 200$ W/(m K) y que el calor no fluye en régimen estacionario y, en su lugar, la temperatura, T (en °C), en un punto, P , de la pared cilíndrica situado a la distancia r (en m) del eje del cilindro, depende del valor de r y del tiempo t (en s) según indica la ecuación: $T(r, t) = 20 - 10r^2 + bt$. En el interior de la pared cilíndrica existen fuentes internas de calor uniformemente distribuidas con una intensidad $q''' = 10^4$ W/m³. El material del cilindro tiene un calor específico a presión constante de 900 J/(m K) y una densidad de 2700 kg/m³. Se pregunta:

a) ¿Cuánto valen las temperaturas, T_1 , en la superficie lateral interior del cilindro (correspondiente a $r_1 = 10$ cm) y T_2 en la superficie exterior (correspondiente a $r_2 = 30$ cm), en el instante inicial? ¿Cuánto vale el flujo calorífico (calor por unidad de tiempo) por unidad de longitud del cilindro que atraviesa, en ese instante, cada una de las dos superficies mencionadas y en qué sentido lo hace?

b) ¿Cuánto valen, en el instante inicial, la temperatura y el flujo calorífico (calor por unidad de tiempo) por unidad de longitud del cilindro que atraviesa una superficie intermedia de 20 cm de radio situada entre las dos anteriores?

c) ¿La temperatura de la pared cilíndrica está creciendo o decreciendo con el tiempo? ¿Cuánto? Averiguar el valor de b . Transcurrida una hora, ¿cuánto valdrá la temperatura de esa pared cilíndrica intermedia de 20 cm de radio mencionada en el apartado precedente?

(Solución: a) 19,9 °C; 19,1 °C; 251,3 W/m; 2262 W/m;

b) 19,6 °C; 1005 W/m; c) creciendo; 0,002469 K/s; 28,49 °C)

5.6. El aire de un recinto muy grande se mantiene a una temperatura constante de 30 °C. En el instante $t = 0$ se introduce una esfera maciza de acero de 3 cm de radio que posee una temperatura uniforme de 230 °C. Se pregunta:

a) ¿Es aplicable el análisis por bloques?

b) ¿Qué temperatura habrá alcanzado la esfera al cabo de una hora?

c) Supóngase ahora que se sustituye la esfera por otra de la misma naturaleza pero de diámetro doble. ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar la temperatura del apartado precedente?

(Datos: tómense los siguientes valores para el acero: conductividad térmica, 36 W/(m K), calor específico, 0,46 kJ/(kg K) y densidad, 7800 kg/m³, y para el coeficiente de transmisión del calor por convección el valor de 10 W/(m² K). Ignórense los posibles efectos de la radiación calorífica).

(Solución: a) Sí, es aplicable, $Bi = 0,0028 < 0,1$; b) 103,3 °C; c) 2 horas)

5.7 Un cilindro macizo de 20 cm de radio y 0,5 m de altura se encuentra todo él a 400 °C y se introduce repentinamente en un ambiente a 20 °C. Si se ignoran los posibles efectos de la radiación calorífica, se pregunta:

a) ¿Cuánto vale el flujo calorífico al cabo de la primera media hora y cuánto calor ha perdido por convección en ese tiempo?

b) ¿Cuánto vale el flujo calorífico al cabo de la primera hora y cuánto calor ha perdido por convección en ese tiempo?

(Datos: coeficiente de transmisión del calor por convección, $h = 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$; conductividad térmica, $k = 376 \text{ W}/(\text{m K})$; densidad, $\rho = 8960 \text{ kg}/\text{m}^3$; calor específico a presión constante, $c_p = 385 \text{ J}/(\text{kg K})$).

(Solución: a) 5776 W; $11,21 \times 10^6 \text{ J}$; b) 4991 W; $20,87 \times 10^6 \text{ J}$)

5.8 Se desea calentar una esfera de hierro desde 20 °C hasta 100 °C. Para ello, se la sitúa en una corriente gaseosa a una temperatura de 150 °C, que presenta un coeficiente de transmisión del calor por convección $h = 300 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$. Si se ignoran los posibles efectos de la radiación calorífica, se pregunta:

a) ¿Cuál debe ser el radio máximo de la esfera para que sea aplicable el análisis por bloques?

b) ¿Cuál debe ser el radio máximo de la esfera para que alcance la temperatura deseada en un tiempo máximo de 1 minuto?

(Nota. Tómnense como datos del hierro, los siguientes: conductividad térmica, $k = 70 \text{ W}/(\text{m K})$; calor específico a presión constante, $c_p = 450 \text{ J}/(\text{kg K})$; densidad, $\rho = 7,87 \times 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$).

(Solución: a) Inferior a 7 cm; b) 1,596 cm)

6.7. PROBLEMAS PROPUESTOS

6.4. Por un tubo de 2 cm de diámetro se mueve un aceite de densidad $\rho = 920 \text{ kg/m}^3$ y viscosidad dinámica $\eta = 0,03 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ con una velocidad de 11 km/h. ¿Lo hará en régimen laminar o turbulento?

(Solución: laminar)

6.5. Una pared plana de cobre de 1,5 m de altura se halla inmersa en un fluido con el que intercambia calor por convección. El valor del número de Nusselt que toma como longitud característica la altura de la pared es $Nu = 10$. Si la conductividad del cobre es $k = 376 \text{ W/(m K)}$, ¿cuánto calor, por unidad de tiempo y de superficie, intercambian por convección la pared y el fluido si sus temperaturas respectivas son $120 \text{ }^\circ\text{C}$ y $20 \text{ }^\circ\text{C}$?

(Solución: $250,7 \times 10^3 \text{ W/m}^2$)

6.6. Una pared de ladrillo de 20 cm de altura mantiene una temperatura de $18 \text{ }^\circ\text{C}$. Sobre ella desliza una corriente de aire caliente a una temperatura de $30 \text{ }^\circ\text{C}$. La conductividad térmica del aire es $0,024 \text{ W/(m K)}$. El flujo calorífico específico que pasa del aire a la pared por convección es de 600 W/m^2 . Calcular:

a) El coeficiente de transmisión del calor por convección, h .

b) El número de Nusselt, Nu .

(Solución: a) $50 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$; b) $416,6$)

6.7. Por el interior de una tubería de 10 cm de diámetro y 3 m de larga circula aire a $200 \text{ }^\circ\text{C}$ de temperatura. La superficie lateral del cilindro mantiene su temperatura a $22 \text{ }^\circ\text{C}$. Si el número de Nusselt (tomando el diámetro como longitud característica) vale $Nu = 160$ y la conductividad térmica del aire es $0,026 \text{ W/(m K)}$, ¿cuánto calor, por unidad de tiempo, recibe por convección la tubería procedente del aire?

(Solución: $6,979 \text{ kW}$)

6.8. Se desea calentar un caudal (o flujo) másico de agua de $15 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$ desde $8 \text{ }^\circ\text{C}$ hasta $42 \text{ }^\circ\text{C}$. Para ello se dispone de una tubería de 3 cm de diámetro y 4 m de longitud, que posee un elemento calefactor que producirá un flujo calorífico específico constante, q'' , que se dirigirá radialmente desde la pared de la tubería hacia el agua. Despréciense los efectos de entrada y tómense las siguientes propiedades para el agua: densidad, $\rho = 997 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$; viscosidad dinámica, $\eta = 890 \times 10^{-6} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$; calor específico a presión constante, $c_p = 4179 \text{ J/(kg K)}$; conductividad térmica, $k = 0,606 \text{ W/(m K)}$. Supóngase que el número de Nusselt permanece constante y vale $Nu_d = 4,36$. Calcular:

a) El valor del número de Reynolds, Re .

a) El coeficiente de transmisión del calor por convección, h .

c) El valor del flujo calorífico específico, q''

(Solución: a) 715; b) 581,3; c) $5,653 \text{ kW/m}^2$)

6.9. El aire de una habitación se encuentra a $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Por ella pasa una tubería horizontal de 60 cm de diámetro que transporta en su interior vapor caliente que mantiene la superficie de la tubería a $500 \text{ }^\circ\text{C}$. Averiguar el flujo calorífico que se transmite al aire por convección libre por cada metro de tubería. Utilícese la siguiente fórmula:

$$Nu = C (Gr \cdot Pr)^n$$

Y si $10^4 < Gr \cdot Pr < 10^9$, entonces $C = 0,525$ y $n = 1/4$.

Y si $10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{12}$, entonces $C = 0,129$ y $n = 1/3$.

Se ha tomado como longitud característica en los números adimensionales de Nu y Gr el diámetro, d , de la tubería.

Tómense para el aire, a la temperatura media entre la superficie de la tubería y el aire, las siguientes propiedades: coeficiente de dilatación cúbica: $\alpha_v = 3,356 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$; densidad: $\rho = 0,675 \text{ kg/m}^3$; viscosidad dinámica: $\eta = 2,75 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$; calor específico: 1030 J/(kg K) ; conductividad térmica: $0,04 \text{ W/(m K)}$.

(Solución: 8820 W/m)

- 6.10. Una tubería horizontal, cuya superficie se mantiene a 224 °C, atraviesa una habitación en la que el aire se encuentra a 30 °C. El flujo calorífico, por unidad de longitud, q/l , que se transmite por convección libre al aire es 500 W/m. Averiguar el diámetro de la tubería. Utilícese la siguiente fórmula:

$$Nu = 0,53 (Gr \cdot Pr)^{(1/4)}.$$

Se ha tomado como longitud característica en los números adimensionales de Nu y Gr el diámetro, d , de la tubería.

Considérese el aire como un gas perfecto y tómense las siguientes propiedades a la temperatura media, T_m , entre la superficie del cilindro, 224 °C y la del fluido sin perturbar, 30 °C ($T_m = (224+30)/2 = 127$ °C): densidad: $\rho = 0,883 \text{ kg/m}^3$; viscosidad dinámica: $\eta = 2,29 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$; calor específico: 1014 J/(kg K); conductividad térmica: 0,034 W/(m K).

(Solución: 9,62 cm)

- 6.11. Sobre una placa plana fluye aire a 20 °C con una velocidad de 3 m/s. Utilizando la solución del problema resuelto 6.2, calcular el espesor de la capa límite (hidrodinámica) a $x = 30 \text{ cm}$ y a $x = 50 \text{ cm}$ del borde de la placa y comparar los resultados. Tómense para el aire a 20 °C, las siguientes propiedades: densidad: $\rho = 1,21 \text{ kg/m}^3$ y viscosidad dinámica: $\eta = 1,91 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

(Solución: Para $x = 30 \text{ cm}$, $1,256 \times 10^{-3} \text{ C} = 0,628 \text{ cm}$; para $x = 50 \text{ cm}$, $1,622 \times 10^{-3} \text{ C} = 0,811 \text{ cm}$; relación: 1,291)

- 6.12. Obtener por análisis dimensional el espesor de la capa límite térmica, δ_t , para un fluido que desliza sobre una placa plana. Supóngase que el espesor depende de x (distancia al borde anterior de la placa), de la velocidad del fluido sin perturbar, v_∞ , y de las siguientes propiedades del fluido: densidad, ρ ; viscosidad dinámica, η ; calor específico a presión constante, c_p ; y de la conductividad térmica, k . Supóngase que la capa límite es laminar.

(Solución: Sin discriminar: $\delta_t = x \phi(Re_x, Pr)$. Discriminando: $\delta_t = [x/(\sqrt{Re_x})] \phi(Pr)$. La longitud característica en Re_x es x)

- 6.13. Se tiene una placa plana cuadrada de 0,2 m de lado a una temperatura de 70 °C. Sobre ella y paralela a uno de los lados desliza una corriente de agua con una velocidad de 0,3 m/s a una temperatura de 20 °C. Calcular el flujo calorífico transmitido por convección de la placa al agua. Considérense como propiedades del agua a 45 °C las siguientes: densidad, $\rho = 990 \text{ kg/m}^3$; viscosidad dinámica, $\eta = 598 \times 10^{-6} \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$; calor específico a presión constante, $c_p = 4173 \text{ J}/(\text{kg K})$; conductividad térmica: $k = 0,635 \text{ W}/(\text{m K})$. Tómense como fórmulas las siguientes:

Régimen laminar, $Re_{crítico} < 5 \times 10^5$.

$$Nu_l = 0,664 Re_l^{1/2} Pr^{1/3},$$

donde Nu_l representa el número de Nusselt (medio) tomando como longitud característica la de la placa, que es la misma longitud que se toma en Re_l .

Régimen turbulento y $Re_{crítico} < Re_l < 10^7$, utilizar para toda la capa límite (laminar + turbulenta), la siguiente expresión:

$$Nu_l = 0,037(Re_l^{0,8} - 23 \times 10^3) Pr^{1/3},$$

(Solución: 2097 W)

- 6.14. Resuélvase el problema precedente, pero multiplicando la velocidad del agua por 10, es decir, $v = 3$ m/s. El resto de los datos se mantienen invariables.

(Solución: 14,74 kW)

- 6.15. Sobre un cilindro de 8 cm de diámetro, 4 m de longitud y temperatura superficial de 100 °C, se lanza transversalmente una corriente de aire a 20 °C con una velocidad de 20 m/s. Averiguar el calor transmitido por convección del cilindro al aire. Supóngase que el aire, que se halla a 1 atm ($1,01325 \times 10^5$ Pa) de presión se comporta como un gas ideal. Tómense los siguientes datos para el aire. Densidad: calcúlese a la temperatura media entre la del cilindro y la del aire utilizando la ecuación de estado de los gases perfectos dando al cociente entre la constante universal de los gases perfectos, R , y la masa molecular ficticia del aire, M , el valor $R/M = 287$ J/(kg K); viscosidad dinámica, $\eta = 2,04 \times 10^{-5}$ kg/m·s; calor específico a presión constante, $c_p = 1,008 \times 10^3$ J/(kg K); conductividad térmica, $k = 0,0287$ W/(m K). Utilícese la fórmula:

$$Nu_d = 0,0266 Re_d^{0,805} Pr^{1/3}$$

(Solución: 6,270 kW)

7.7. PROBLEMAS PROPUESTOS

7.6. Una pared plana de cobre de 15 cm de espesor tiene sus caras externas bañadas por sendos fluidos, A y B , cuyas temperaturas respectivas son: $T_A = 50\text{ }^\circ\text{C}$ y $T_B = 20\text{ }^\circ\text{C}$. La conductividad térmica de la pared es $k = 376\text{ W/(m K)}$ y los coeficientes de transmisión del calor por convección son: $h_A = 2,70 \times 10^3\text{ W/(m}^2\text{ K)}$ para el fluido A y $h_B = 7,08 \times 10^3\text{ W/(m}^2\text{ K)}$ para el fluido B . No se considera la posible radiación calorífica y se supone que el régimen es estacionario. Obtener:

a) El flujo calorífico específico que pasa del fluido A al B .

b) Las temperaturas en las dos caras externas de la pared.

(Solución: a) $32,95\text{ kW/m}^2$; b) $37,80\text{ }^\circ\text{C}$ y $24,65\text{ }^\circ\text{C}$)

7.7. Un automóvil se mueve en un ambiente frío de $-8\text{ }^\circ\text{C}$. Para combatir, el conductor pone en marcha la calefacción que hace circular aire por el interior a una temperatura de $30\text{ }^\circ\text{C}$ con un coeficiente de transmisión del calor por convección de $26\text{ W/(m}^2\text{ K)}$. Las ventanillas son de vidrio de 5 mm de espesor y de 1 W/(m K) de conductividad térmica. El coeficiente de transmisión del calor por convección del aire exterior es de $58\text{ W/(m}^2\text{ K)}$. Sin considerar la radiación térmica y supuesto régimen estacionario, calcular:

a) Las pérdidas caloríficas (flujo calorífico específico) del interior al exterior del automóvil.

b) Las temperaturas interior y exterior de las ventanillas de vidrio.

(Solución: a) 626 W/m^2 ; b) $5,92\text{ }^\circ\text{C}$ y $2,79\text{ }^\circ\text{C}$)

7.8. Se desea aislar con corcho la pared de una casa para que las pérdidas caloríficas desde el interior se reduzcan a la tercera parte. La pared consta de una capa de hormigón de 3 cm de espesor seguida de otra de ladrillo de 12 cm. Las conductividades térmicas del hormigón y del ladrillo, son, respectivamente, $1,70\text{ W/(m K)}$ y $0,6\text{ W/(m K)}$. Los coeficientes de transmisión del calor, tanto interior como exterior supónganse iguales a $20\text{ W/(m}^2\text{ K)}$. La temperatura del aire interior es de $23\text{ }^\circ\text{C}$ y la del aire exterior, $-1\text{ }^\circ\text{C}$. ¿Cuál habrá de ser el espesor de corcho de conductividad térmica $0,05\text{ W/(m K)}$ que deberá añadirse para lograr el objetivo?

(Solución: $3,2\text{ cm}$)

7.9. Por el interior de una tubería de acero de radios 6 cm y 12 cm y una longitud de 4 m, circula vapor de agua a una temperatura tal que el flujo calorífico que envía radialmente al exterior es de 1 kW. La temperatura del aire exterior es de $20\text{ }^\circ\text{C}$. Tómese para la conductividad del acero el valor $k = 46\text{ W/(m K)}$ y como coeficientes de transmisión del calor por convección en el interior y en el exterior de la tubería, los valores $h_i = 8000\text{ W/(m}^2\text{ K)}$ y $h_e = 3\text{ W/(m}^2\text{ K)}$. Averiguar la temperatura del vapor de agua suponiendo que el régimen es estacionario.

(Solución: $131,2\text{ }^\circ\text{C}$)

7.10. Una tubería de acero (capa cilíndrica) de radios $r_1 = 10\text{ cm}$ y $r_2 = 30\text{ cm}$ y conductividad térmica constante $k_1 = 36\text{ W/(m K)}$ está recubierta de una capa de aislante de conductividad $k_{ai} = 0,2\text{ W/(m K)}$ de radios $r_2 = 30\text{ cm}$ y $r_3 = 32\text{ cm}$. Por el interior de la tubería circula un fluido a $40\text{ }^\circ\text{C}$, cuyo coeficiente de transmisión del calor por convección es $h_i = 5\text{ W/(m}^2\text{ K)}$ y en el exterior se tiene aire a $20\text{ }^\circ\text{C}$ con un coeficiente de transmisión del calor por convección $h_e = 10\text{ W/(m}^2\text{ K)}$. Calcular:

a) Las pérdidas caloríficas por unidad de tiempo (el flujo calorífico) y por unidad de longitud de tubería.

b) La temperatura en un punto P que dista 31 cm del eje de la tubería.

(Solución: a) $47,14\text{ W/m}$; b) $23,53\text{ }^\circ\text{C}$)

7.11. El calor generado por una resistencia eléctrica de 4 cm de larga y 2,5 mm de diámetro que se propaga radialmente y se disipa por convección al medio ambiente es de 1 W. El aire exterior se encuentra a 25 °C y el coeficiente de transmisión del calor por convección vale $h = 10 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$. Si se rodea la resistencia con un espesor de 18,75 mm de aislante de conductividad térmica $k = 0,2 \text{ W}/(\text{m K})$, averiguar la temperatura del exterior de la resistencia que está en contacto con el aislante y compararla con la que tendría si no hubiera aislante.

(Solución: 100,1 °C y 343,3 °C)

7.12. Por el interior de una tubería de cobre (conductividad térmica 376 W/(m K)) de radios 28 mm y 32 mm circula agua caliente a 90 °C. El aire exterior se halla 20 °C. Los coeficientes de transmisión del calor por convección son: el interior, $h_i = 2500 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ y $h_e = 8 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$. Hallar:

- Las pérdidas caloríficas, expresándolas en flujo calorífico por unidad de longitud de tubería.
- Si se dispone de lana de vidrio como aislante (conductividad térmica 0,038 W/(m K)), calcular el radio crítico.
- Si se añade una capa de 3 cm de aislante, ¿a cuánto quedan reducidas las pérdidas?
- En el caso precedente, comparar la temperatura exterior de la tubería de cobre con la que tiene sin aislante.

(Solución: a) 112,2 W/m; b) 4,75 mm; c) 22,63 W/m; d) 89,95 °C frente a 89,74 °C)

7.13. En el interior de una pared esférica de hierro de radios $r_1 = 50 \text{ cm}$ y $r_2 = 56 \text{ cm}$, se encuentra un fluido a 80 °C. En el exterior, hay aire a una temperatura de 20 °C. Tómese el coeficiente de transmisión del calor por convección, tanto en el interior como en el exterior, igual a $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$. Si la conductividad térmica del hierro es $k = 70 \text{ W}/(\text{m K})$ y el régimen es estacionario, calcular:

- El flujo calorífico.
- La temperatura en las superficies interior y exterior de la capa esférica.
- La temperatura en un punto medio de la pared ($r = 53 \text{ cm}$).

(Solución: a) 1044 W; b) 46,76 °C y 46,50 °C; c) 46,62 °C)

7.14. Dos paredes esféricas están superpuestas. La primera de radios $r_1 = 50 \text{ cm}$ y $r_2 = 55 \text{ cm}$ es de cobre de conductividad térmica $k_1 = 376 \text{ W}/(\text{m K})$ y la segunda, de radios $r_2 = 55 \text{ cm}$ y $r_3 = 60 \text{ cm}$ es de hierro de conductividad térmica $k_2 = 70 \text{ W}/(\text{m K})$. En el interior hay un fluido a una temperatura desconocida y en el exterior aire a 20 °C. El flujo calorífico del interior al exterior es de 1293 W. Tómese para el interior y el exterior el mismo coeficiente de transmisión del calor por convección $h = 10 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$. Suponiendo que el régimen es estacionario, averiguar:

- La temperatura del fluido del interior.
- Las temperaturas de la superficie interior de la esfera de cobre, de la superficie exterior de la esfera de hierro y de la superficie de separación de ambas esferas.

(Solución: a) 90,01 °C; b) 48,85 °C y 48,58 °C; c) 48,80 °C)

7.15. Se tiene una aleta de sección cuadrada de 1 cm de lado de aluminio muy larga (puede suponerse de longitud infinita). La temperatura del

extremo de la aleta que la une al cuerpo base se mantiene constante y vale $T_0 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$. La aleta está inmersa en aire a una temperatura $T_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ con un coeficiente de transmisión del calor por convección h . La conductividad del aluminio puede tomarse igual a $k = 209 \text{ W}/(\text{m K})$. Suponiendo régimen estacionario, conducción monodimensional a lo largo de la aleta, constantes todas las propiedades y despreciando el intercambio energético por radiación con los alrededores, averiguar:

a) La temperatura en dos puntos de la aleta que disten 50 cm y 1 m, respectivamente, de la base de la aleta en los dos casos siguientes: $h = 25 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ y $h = 125 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$.

b) ¿A qué distancia de la base de la aleta, la temperatura difiere una centésima de grado de la temperatura del aire en cada uno de los dos casos señalados en el apartado precedente?

c) Averiguar el flujo calorífico que pasa de la aleta al aire para cada valor de h indicado anteriormente.

(Solución: a) Para $x = 0,5 \text{ m}$, $21,89 \text{ }^\circ\text{C}$ y $20,03 \text{ }^\circ\text{C}$; Para $x = 1 \text{ m}$, $20,06 \text{ }^\circ\text{C}$ y $20 \text{ }^\circ\text{C}$; b) $x = 1,258 \text{ m}$; $0,5624 \text{ m}$; c) $8,674 \text{ W}$; $19,40 \text{ W}$)

7.16. Se tiene un álabe (aleta) de acero inoxidable de una turbina de $l = 10 \text{ cm}$ de longitud, $S = 6 \text{ cm}^2$ de sección, $P = 18 \text{ cm}$ de perímetro y conductividad térmica $k = 24 \text{ W}/(\text{m K})$. Sobre el álabe incide un gas caliente a una temperatura $T_\infty = 700 \text{ }^\circ\text{C}$, cuyo coeficiente de transmisión del calor por convección es $h = 400 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$. La temperatura de la base del álabe es de $T_0 = 400 \text{ }^\circ\text{C}$. Puede suponerse que el álabe tiene aislado el extremo. Suponiendo régimen estacionario, conducción monodimensional a lo largo de la aleta, constantes todas las propiedades y despreciando el intercambio energético por radiación con los alrededores, averiguar:

a) La temperatura en dos puntos del álabe situados a 5 y 8 cm de la base, respectivamente, y en el extremo del álabe.

b) El flujo de calor transmitido por el álabe.

(Solución: a) $691,2 \text{ }^\circ\text{C}$; $698,9 \text{ }^\circ\text{C}$ y $699,5 \text{ }^\circ\text{C}$; b) -432 W (el signo negativo indica que el calor se propaga en sentido contrario al que se ha elegido como positivo para el eje x))

8.4. PROBLEMAS PROPUESTOS

8.2. Supóngase que se tiene un intercambiador de calor con corrientes de fluidos paralelos y del mismo sentido (equicorriente), que está constituido por dos tubos cilíndricos concéntricos huecos de 6 m de longitud. Por el tubo interior (radio 60 cm) circula un aceite (fluido 1 de calor específico $c_1 = 2000 \text{ J}/(\text{kg } ^\circ\text{C})$) caliente, que penetra a $60 \text{ }^\circ\text{C}$ con una caudal másico $\dot{m}_1 = 1 \text{ kg/s}$. Por el exterior circula agua (fluido 2 de calor específico $c_2 = 4180 \text{ J}/(\text{kg } ^\circ\text{C})$) que circula paralelamente con una caudal másico $\dot{m}_2 = 0,5 \text{ kg/s}$, que penetra a $20 \text{ }^\circ\text{C}$. A 3 m de la entrada (mitad del intercambiador), la diferencia de temperaturas entre el fluido (aceite) caliente y el frío (agua) es de $5 \text{ }^\circ\text{C}$. Averiguar el coeficiente total (o global) de transmisión del calor, U (también representado por H).

(Solución: a) $187,9 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$)

8.3. Se tiene un intercambiador de calor con corrientes paralelas y del mismo sentido (equicorriente), que está constituido por dos tubos concéntricos huecos. Por el tubo interior, de 40 cm de radio, circula un fluido caliente de calor específico, $c_1 = 1800 \text{ J}/(\text{kg K})$, que penetra a $55 \text{ }^\circ\text{C}$ con un caudal másico $\dot{m}_1 = 1,5 \text{ kg/s}$. Su temperatura de salida es de $30 \text{ }^\circ\text{C}$. Por el exterior circula otro fluido que penetra a $5 \text{ }^\circ\text{C}$ y sale a $20 \text{ }^\circ\text{C}$, con un caudal másico \dot{m}_2 y un calor específico $c_2 = 2500 \text{ J}/(\text{kg K})$. Hallar:

a) El valor de \dot{m}_2 .

b) La diferencia de temperatura entre el fluido caliente y el frío en puntos que estén en la mitad del cambiador de calor.

(Solución: a) $1,8 \text{ kg/s}$; b) $22,36 \text{ }^\circ\text{C}$)

8.4. Un intercambiador de calor funciona con los flujos en contracorriente. Por el tubo interior circulan $2,5 \text{ kg/s}$ de un fluido caliente de calor específico a presión constante $c_{p1} = 1900 \text{ J}/(\text{kg K})$ que penetra a $80 \text{ }^\circ\text{C}$ y sale a $60 \text{ }^\circ\text{C}$. Por el tubo exterior y a contracorriente circula agua de de calor específico específico $c_{p2} = 4180 \text{ J}/(\text{kg K})$, que penetra a $10 \text{ }^\circ\text{C}$ y sale a $40 \text{ }^\circ\text{C}$. Si la superficie del intercambiador de calor es de 6 m^2 , se pregunta:

a) ¿Cuál es el caudal másico (o flujo másico) de agua que circula por el tubo exterior?

b) ¿Cuál es el coeficiente global (o total) de transmisión del calor, U ?

(Solución: a) $0,7576 \text{ kg/s}$; b) $353,3 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$)

9.17. PROBLEMAS PROPUESTOS

- 9.8. Suponiendo que el Sol se comporta como un cuerpo negro y que su temperatura superficial es de 5800 K, calcular:
- El poder emisivo monocromático para la longitud de onda correspondiente al color turquesa ($\lambda = 0,480 \mu\text{m}$.)
 - El poder emisivo total emitido en todas las longitudes de onda.

(Solución: a) $8,417 \times 10^{13} \text{ W/m}^3$; b) $64,16 \text{ MW/m}^2$)

- 9.9. Un cuerpo negro emite, por unidad de superficie y en el intervalo espectral comprendido entre $\lambda_1 = 300 \mu\text{m}$ y $\lambda_2 = 800 \mu\text{m}$, $643,9 \text{ kW/m}^2$. Las fracciones de energía radiante correspondientes a esa temperatura y a las longitudes de onda λ_1 y λ_2 son las siguientes:

$$\frac{E_{b0-\lambda_1}}{E_{b0-\infty}} = 0,000087 \quad \frac{E_{b0-\lambda_2}}{E_{b0-\infty}} = 0,140290.$$

Averiguar la temperatura del cuerpo.

(Solución: 3000 K)

- 9.10. Supóngase que la temperatura efectiva del sol es de 5800 K. ¿En qué longitud de onda transportan los rayos solares la máxima energía?

(Solución: $0,500 \mu\text{m}$, dentro del espectro visible)

- 9.11. Dos superficies muy pequeñas, S_1 y S_2 , de 10 cm^2 cada una, separadas 80 cm , están dispuestas como indica la figura. La superficie S_2 emite de forma perfectamente difusa. Si el flujo de energía radiante que recibe la superficie S_1 es de $6 \times 10^{-4} \text{ W}$, ¿cuál es la intensidad de la radiación?

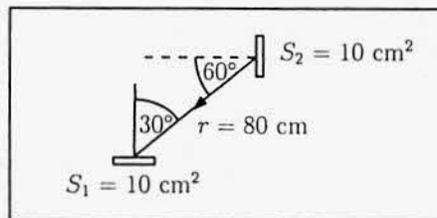


Figura 9.13: Problema 9.11

(Solución: $886,8 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ sr})$)

- 9.12. Se tienen cuatro superficies muy pequeñas iguales de 9 cm^2 cada una dispuestas como indica la figura. La superficie S_1 emite de forma difusa según la ley de Lambert. La intensidad de su radiación es $I = 800 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ sr})$. Las otras tres superficies, S_2 , S_3 y S_4 , reciben el mismo flujo calorífico de S_1 . Se pregunta:

- ¿Cuánto vale ese flujo calorífico?
- ¿Cuánto vale la separación, r , entre S_1 y S_3 ?
- ¿Cuánto vale el ángulo ϕ que forma la normal a la superficie S_4 con la dirección de propagación de la energía radiante que le llega de S_1 ?

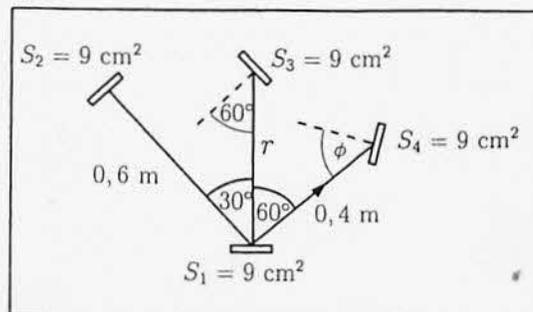


Figura 9.14: Problema 9.12

(Solución: a) $0,001559 \text{ W}$; b) $r = 0,456 \text{ m}$; c) $\phi = 39,66^\circ$)

- 9.13. Dos planos paralelos iguales, de grandes dimensiones frente a la distancia que los separa, se comportan como cuerpos negros. Sus temperaturas absolutas conocidas son T_1 y T_2 . Averiguar:
- El flujo energético radiante específico intercambiado.
 - ¿Cuál será el nuevo flujo específico si las temperaturas absolutas de ambos planos se duplican?

(Solución: a) $\sigma(T_1^4 - T_2^4)$; b) $2^4\sigma(T_1^4 - T_2^4)$)

- 9.14. Entre dos planos paralelos muy grandes que se pueden considerar cuerpos negros a las temperaturas absolutas conocidas T_1 y T_2 , se intercala otro plano de iguales dimensiones de aluminio de emisividad $\varepsilon_3 = 0,04$ que hace de pantalla de radiación. Obtener:
- La temperatura del plano de aluminio una vez alcanzado el régimen estacionario.
 - La reducción en el flujo inicial que produce la pantalla de radiación.

(Solución: a) $T_3^4 = 1/2(T_1^4 + T_2^4)$; b) 98 %)

- 9.15. Se tienen dos planos paralelos muy grandes frente a su separación. El primero de ellos tiene una temperatura $T_1 = 500$ K y una emisividad $\varepsilon_1 = 0,9$ y el segundo tiene una temperatura $T_2 = 200$ K y una emisividad $\varepsilon_2 = 0,8$. Entre ambos se interpone otro plano de iguales dimensiones y emisividad $\varepsilon_3 = 0,04$ que actúa como pantalla de radiación. Se pregunta:

- ¿Cuál será la temperatura T_3 de la pantalla de radiación una vez alcanzado el régimen estacionario?
- ¿En cuánto reduce el flujo inicial la pantalla de radiación?

(Solución: a) $T_3 = 423,4$ K; b) 97,3 %)

- 9.16. Se tiene una esfera de 20 cm de radio, 800 K de temperatura constante en su superficie y 0,8 de emisividad. Está alojada en el interior una superficie esférica que se halla a 400 K de temperatura y que tiene la misma emisividad de 0,8. El flujo radiante intercambiado es de 8338 W. Se pregunta:

- ¿Cuál es el radio de la superficie esférica grande?
- ¿A cuánto habría que reducir el radio de la esfera pequeña para que el flujo intercambiado fuera el 99% del que se obtendría si se despreciara la superficie de la esfera pequeña frente a la de la grande?

(Solución: a) 40 cm; b) 8,989 cm)

- 9.17. Dos cilindros concéntricos huecos (1 y 2) de gran longitud tienen de radios respectivos, $r_1 = 10$ cm y $r_2 = 20$ cm. El primero tiene una temperatura $T_1 = 700$ K y una emisividad $\varepsilon_1 = 0,9$ y el segundo tiene una temperatura $T_2 = 300$ K y una emisividad $\varepsilon_2 = 0,8$. Supóngase, al decir que son muy largos, que se pueden tratar como si el pequeño estuviera contenido en el grande y las superficies efectivas fueran las laterales. Se pide:

- ¿Cuál es el flujo radiante intercambiado por unidad de longitud, q_{12}/l ?
- ¿Cómo varía ese flujo si se duplican los radios de ambos cilindros? ¿Y si se duplica sólo el radio del grande? ¿Y si sólo se reduce a la mitad el radio del pequeño?

(Solución: a) 6886 W/m; b) se duplica el flujo; 7043 W/m; 3521 W/m)

- 9.18. Se tiene una placa circular de radio $r_1 = 0,5$ m, emisividad $\epsilon_1 = 0,8$ y temperatura $T_1 = 600$ K. Con ella como ecuador, se construye un hemisferio hueco y cóncavo del mismo material y del mismo radio que se halla a una temperatura $T_2 = 300$ K. Calcular:

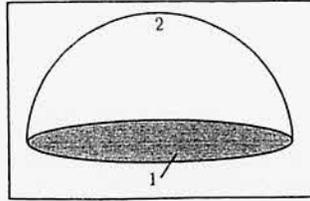


Figura 9.15: Problema 9.18

- a) El flujo radiante intercambiado entre la placa circular (cuerpo 1) y el hemisferio (cuerpo 2).
 b) ¿Cuánto valdría el flujo energético radiante si el hemisferio (cuerpo 2) fuera un cuerpo negro?

(Solución: a) 3935 W; b) 4329 W)

- 9.19. Un plano indefinido, que se puede considerar como un cuerpo negro, emite radiación por sus dos caras. Además, recibe, perpendicularmente, por su cara izquierda una radiación solar de 1400 W/m². Si se encuentra inmerso en un ambiente a 0 K de temperatura, ¿cuál será su temperatura absoluta T_1 una vez alcanzado el equilibrio y, por tanto, T_1 constante?

(Solución: 333 K)

- 9.20. Un cono tiene una base circular de 1 m de radio y 1 m de altura. La base (superficie 1) tiene una temperatura de 80 °C y una emisividad de $0,9$ y la superficie lateral del cono (superficie 2) tiene una temperatura de 30 °C y una emisividad también de $0,9$. Se pide:

- a) Determinar los factores angulares (factores de forma), F_{11} , F_{12} , F_{21} y F_{22} .
 b) Averiguar el flujo radiante transmitido por la base a la superficie lateral del cono.

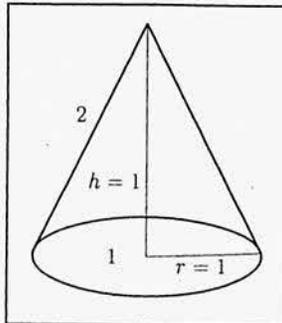


Figura 9.16: Problema 9.20

(Solución: a) $F_{11} = 0$; $F_{12} = 1$; $F_{21} = \sqrt{2}/2$; $F_{22} = (2 - \sqrt{2})/2$;
 b) 1026 W)

9.21. La figura representa un conducto paralelepédico muy largo de sección, $ABCD$, cuadrada de 2 m de lado ($AB = BC = 2$ m). La cara diagonal, $ACEG$, es la superficie 1 y la cara lateral, $BCEF$, es la superficie 2. Ambas superficies se pueden considerar cuerpos negros a las siguientes temperaturas: $T_1 = 800$ K y $T_2 = 300$ K. El conducto es tan largo que se puede despreciar la energía emitida por 1 y 2 que cae sobre las caras frontal $ABCD$ y posterior $EFGH$. Calcular:

- Los factores angulares F_{12} y F_{21} .
- El flujo energético de radiación que pasa de 1 a 2 por cada metro de longitud de la arista CE .

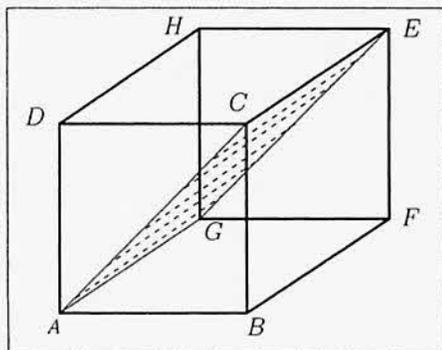


Figura 9.17: Problema 9.21

(Solución: a) $F_{12} = 0,5$; $F_{21} = \sqrt{2}/2$; b) 32,19 kW)

9.22. El agua que circula por un radiador de calefacción de una vivienda tiene una temperatura desconocida, T_x . Por simplicidad, supóngase que el radiador tiene forma de una placa plana de 1 m de larga, 75 cm de alta y un espesor muy pequeño, y que el calor que desprende el agua, tiene que atravesar una capa sólida plana del radiador de 5 mm de espesor para salir al aire exterior que rodea al radiador, que se halla a una temperatura de 20 °C. La temperatura de la cara exterior del radiador es de 54 °C.

La conductividad del material del radiador es $k = 54$ W/(m K), el coeficiente de transmisión del calor por convección del agua es $h_i = 400$ W/(m² K) y del aire exterior es $h_e = 15$ W/(m² K). Tómese para la emisividad de la superficie exterior del radiador: $\epsilon = 0,8$ y supóngase que el exterior que rodea el radiador se puede considerar como un medio ambiente tan grande, que la radiación proveniente del radiador no retorna a él y que, además, no recibe radiación de ningún otro elemento. Asimismo, se despreciará el flujo calorífico que se pueda escapar por los bordes del radiador (por las capas que constituyen su espesor). Se pide:

- Averiguar el flujo calorífico total que pasa del agua al aire.
- Porcentaje del flujo total que corresponde a la convección y el porcentaje que corresponde a la radiación.
- Calcular la temperatura del agua.

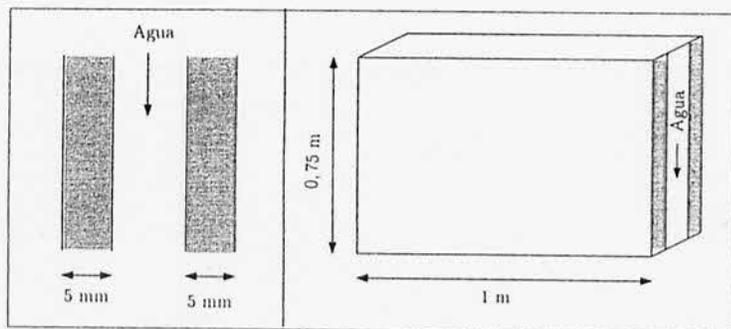


Figura 9.18: Problema 9.22

(Solución: a) 520,9 W; b) $q_{conv}/q_{tot} = 73,42\%$; $q_{rad}/q_{tot} = 26,58\%$; c) 55,8 °C

10.5. PROBLEMAS PROPUESTOS

10.2. Averígüense las temperaturas en los puntos 1, 2, 3, 4 y 5 de la figura adjunta por los dos procedimientos siguientes:

- Utilizando el método de las diferencias finitas y resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente.
- Utilizando el método de relajación.

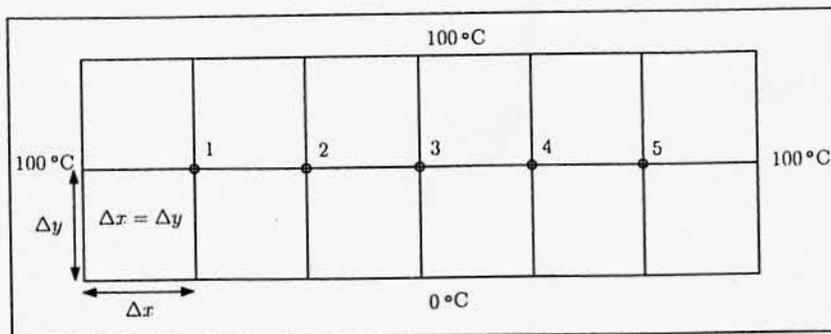


Figura 10.7: Problema 10.2

(Solución: $T_1 = 63,46 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_2 = 53,85 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_3 = 51,92 \text{ }^\circ\text{C}$,
 $T_4 = 53,85 \text{ }^\circ\text{C}$; $T_5 = 63,46 \text{ }^\circ\text{C}$)

10.3. Con los datos de la figura, se pide:

a) La temperatura en los puntos 1, 2, 3 y 4 por los dos procedimientos siguientes: primeramente, utilizando el método de las diferencias finitas y resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente y, en segundo lugar, usando el método de relajación.

b) Suponiendo que la figura es la sección cuadrada de un paralelepípedo vertical de 2 m de altura y de una conductividad de 35 W/(m K) , calcular el flujo calorífico que sale de la cara de $200 \text{ }^\circ\text{C}$ y comprobar que coincide con el flujo total que llega a las caras de $50 \text{ }^\circ\text{C}$. Se supone que no hay flujo calorífico vertical (o sea, el flujo es bidimensional en el plano de la sección de la figura) y que el régimen es estacionario.

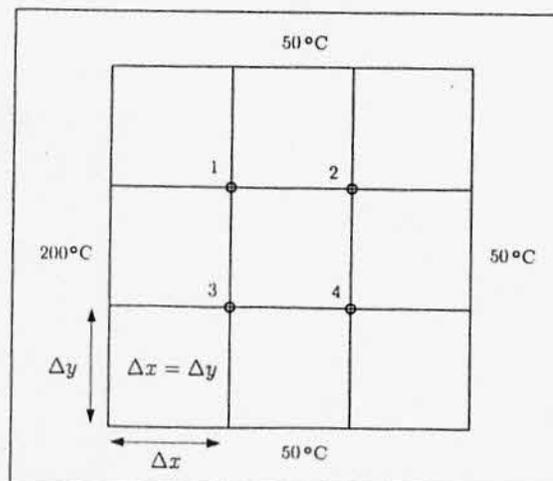


Figura 10.8: Problema 10.3

(Solución: a) $T_1 = 106,3 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_2 = 68,75 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_3 = 106,3 \text{ }^\circ\text{C}$,
 $T_4 = 68,75 \text{ }^\circ\text{C}$; b) $13,11 \times 10^3 \text{ W}$, $13,08 \times 10^3 \text{ W}$)

10.4. Con los datos de la figura, se pide:

a) La temperatura en los puntos 1, 2, 3 y 4 por los dos procedimientos siguientes: primeramente, utilizando el método de las diferencias finitas y resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente y, en segundo lugar, usando el método de relajación.

b) Suponiendo que la figura es la sección cuadrada de un paralelepípedo vertical de 2 m de altura y de una conductividad de 10 W/(m K), calcular el flujo calorífico que sale de las caras de 100 °C y comprobar que coincide con el flujo total que llega a las caras de 0 °C. Se supone que no hay flujo calorífico vertical (o sea, el flujo es bidimensional en el plano de la sección de la figura) y que el régimen es estacionario.

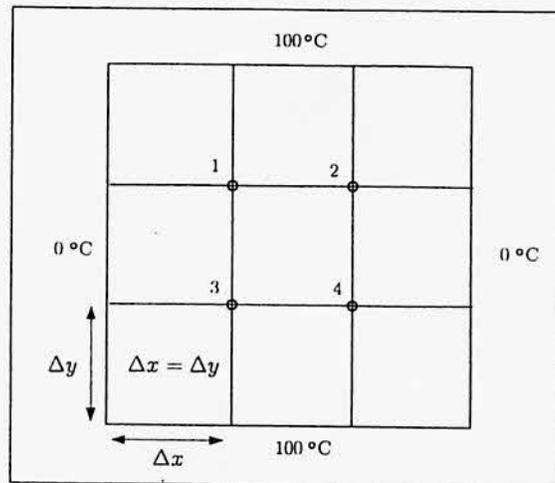


Figura 10.9: Problema 10.4

(Solución: a) $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$; b) 4000 W, 4000 W)

10.5. Con los datos de la figura, se pide:

a) La temperatura en los puntos 1, 2, 3 y 4 por los dos procedimientos siguientes: primeramente, utilizando el método de las diferencias finitas y resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente y, en segundo lugar, usando el método de relajación.

b) Suponiendo que la figura es la sección cuadrada de un paralelepípedo vertical de 2 m de altura y de una conductividad de 10 W/(m K), calcular el flujo calorífico que sale de las caras de 100 °C y comprobar que coincide con el flujo total que llega a las caras de 0 °C. Se supone que no hay flujo calorífico vertical (o sea, el flujo es bidimensional en el plano de la sección de la figura) y que el régimen es estacionario.

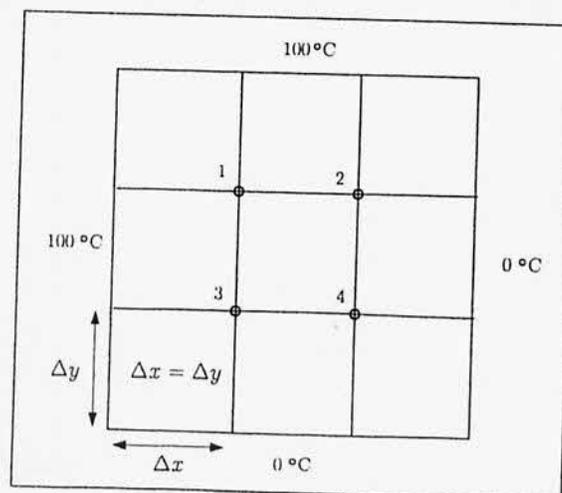


Figura 10.10: Problema 10.5

(Solución: a) $T_1 = 75 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_2 = T_3 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_4 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$; b) 3000 W, 3000 W)

10.6. Con los datos de la figura, se pide:

a) La temperatura en los puntos 1, 2, 3 y 4 por los dos procedimientos siguientes: primeramente, utilizando el método de las diferencias finitas y resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente y, en segundo lugar, usando el método de relajación.

b) Suponiendo que la figura es la sección cuadrada de un paralelepípedo vertical de 2 m de altura y de una conductividad de 10 W/(m K) ¿Cuáles son las caras de las que sale flujo calorífico y cuáles son aquellas en lo reciben? Comprobar que ambos flujos son iguales. Se supone que no hay flujo calorífico vertical (o sea, el flujo es bidimensional en el plano de la sección de la figura) y que el régimen es estacionario.

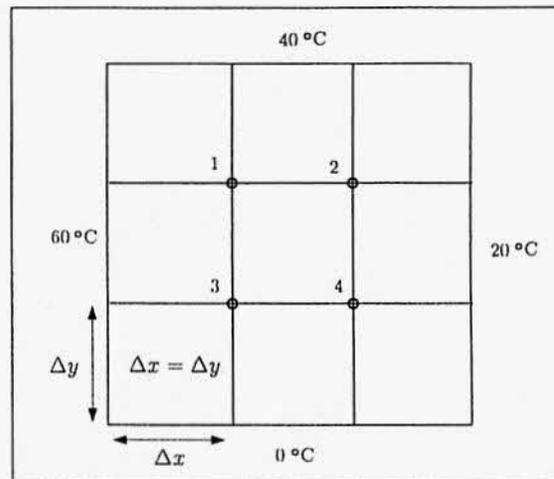


Figura 10.11: Problema 10.6

(Solución: a) $T_1 = 40\text{ °C}$, $T_2 = T_3 = 30\text{ °C}$, $T_4 = 20\text{ °C}$; b) sale de 60 °C y de 40 °C , reciben en 20 °C y en 0 °C , 1200 W, 1200 W)