Entregable EC-1 (TC-2021)

1) Un conductor eléctrico de 1mm de diámetro, se recubre con una capa de aislante plástico de espesor e=2mm, k_1=0.5 W/mºC. El hilo está rodeado de aire a la temperatura T_f=25ºC y tiene un coeficiente de convección h_c=10 W/m^{2}ºK siendo la temperatura del conductor de 100ºC. Calcula:
a) Radio crítico del aislante.
b) El calor disipado por unidad de tiempo y longitud, con aislamiento y sin él.
c) La temperatura exterior del aislamiento.
Supóngase que la temperatura del hilo no se ve afectada por la presencia del aislamiento.

2) Calcula la corriente máxima que puede circular por un conductor de aluminio K=204 W/mºC, desnudo y de 1mm de diámetro sin que su temperatura supere los 200ºC. El hilo se coloca al aire con una temperatura ambiente de 25ºC siendo el coeficiente de transferencia térmica global por convección-radiación entre el hilo y el aire h_c=10W/m^{2}ºK. La resistencia eléctrica del conductor por unidad de longitud es 0.037Ω/m.

3) Considérese una pared compuesta de dos capas de 20cm de espesor de manera que el lado izquierdo está completamente aislado a la temperatura de 50ºC. Sabiendo que las conductividades de las capas son 15 y 20 W/mºC y que la primera capa genera calor a razón de 1000W/m^3, determinar las temperaturas en la unión de las paredes y en el lado derecho no aislado.

4) Determinar la distribución de temperaturas en una esfera de radio r=b y conductividad térmica k que genera calor de modo uniforme a razón de g W/m^3 y disipa este calor por convección con el aire a T_a con un coeficiente de convección h. Determinar también la densidad de flujo térmico en la superficie exterior de la esfera.

5) Se construye un iglú de forma semiesférica, con un radio interno de 1.8 m y paredes de nieve compacta de 0.5 m de espesor. El coeficiente de transmisión del calor en el interior del iglú es 6 W/m^{2}ºK y en el exterior, en condiciones de viento normal es de 15 W/m^{2}ºK. La conductividad de la nieve compacta es 0.15 W/mºK. La temperatura de la capa de hielo sobre la que está situado el iglú es de -20ºC y tiene la misma conductividad térmica que la nieve compacta. Suponiendo que el cuerpo de los ocupantes desprende continuamente 320W dentro del iglú, calcula la temperatura del aire en el interior cuando en el exterior la temperatura es de -40ºC.

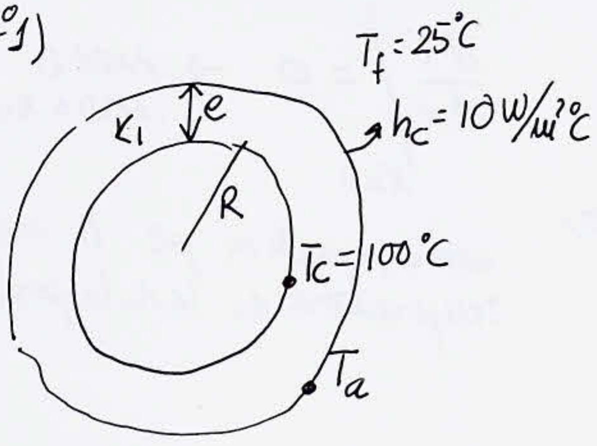
6) Una cabaña hecha de madera tiene en las paredes y el techo un espesor de 10cm. Dentro hay un fuego de leña que mantiene la temperatura a 20ºC cuando la temperatura del exterior es -3ºC. Entonces cae una nevada y la temperatura del exterior sube a 0ºC y se observa que para seguir manteniendo dentro de la cabaña los 20ºC basta quemar 3/4 de la cantidad de leña que antes de nevar. El área del techo es la tercera parte del área de las paredes y solo se ha depositado nieve en el techo. El coeficiente de conductividad de

la madera es k=0.13Kcal/mºCh y el de la nieve k_n=0.4 Kcal/mºCh. Con esta información calcula el espesor de nieve en el techo.

7) La cámara frigorífica de un barco tiene por dimensiones 4x8x2 m^3 y sus paredes, techo y suelo tienen un espesor de 40cm y son de un material de conductividad k=0.15 Kcal/mºCh. La cámara se ha de conservar a 0ºC y en el exterior hay 25ºC; además la puerta se abre seis veces al dia y se estima que entran en el recinto 200Kcal cada vez que se abre. La cámara se refrigera por medio de una corriente de aire que entra a -8ºC y sale a 0ºC. Con esta información, calcula los m^3 de aire a 0ºC que deben salir de la cámara por dia. El aire sale a la presión normal y el calor especifico del aire es C_p=0.24 Kcal/kgºC.

8) Se hace pasar una corriente I por un conductor cilíndrico de radio r y conductividad eléctrica σ colocado en un ambiente a la temperatura T_a. El material tiene una densidad ρ, calor especifico C_p y conductividad térmica k. Como consecuencia del efecto Joule, el conductor se calienta intercambiando calor por convección con el ambiente hasta que alcanza una temperatura estacionaria T_i, siendo el coeficiente de convección h. En ese momento, se desconecta la corriente y se deja enfriar. Escribe una fórmula para calcular el tiempo que tardará el conductor en adquirir por enfriamiento una temperatura T_f. Particularizar para un conductor de cobre, de radio 1mm por el que van a pasar 100A colocado en un ambiente a T_a=25C y la temperatura final T_f=30ºC. Obtener los restantes datos de internet.

Nº1)



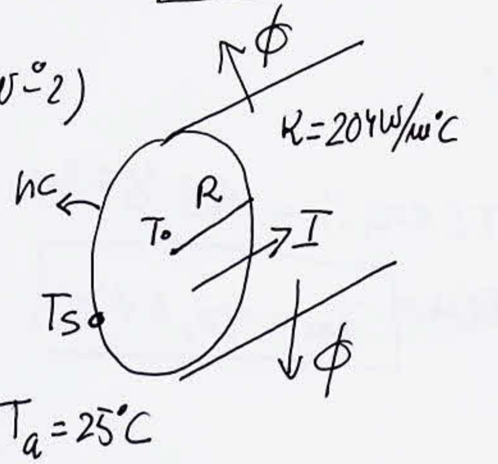
a) $R_c = \frac{K_1}{h_c} = \frac{0,5}{10} = 0,05\,m \equiv 50\,mm$

b) $\phi_{CON} = \dfrac{T_c - T_f}{\frac{1}{2\pi K_1 L}\log\frac{R+e}{R} + \frac{1}{h_c 2\pi(R+e)\cdot L}} = 10,9\,W/m$

$$\phi_{SIN} = \frac{T_c - T_f}{\frac{1}{h_c 2\pi R L}} = 2,36\,W/m$$

c) $\phi_{CON} = \dfrac{T_a - T_f}{\frac{1}{h_c 2\pi(R+e)\cdot L}} \Rightarrow T_a = T_f + \dfrac{\phi_{CON}}{h_c\cdot 2\pi(R+e)\cdot L} = 94,38\,°C$

Nº2)



$R/L = 0,037\,\Omega/m \equiv R_L$

$$\phi = \dot{\varepsilon}\cdot\pi R^2\cdot L = h_c\cdot 2\pi R L\,(T_S - T_a)$$

$$T_S = T_0 - \frac{\dot{\varepsilon}\cdot R^2}{4K}$$

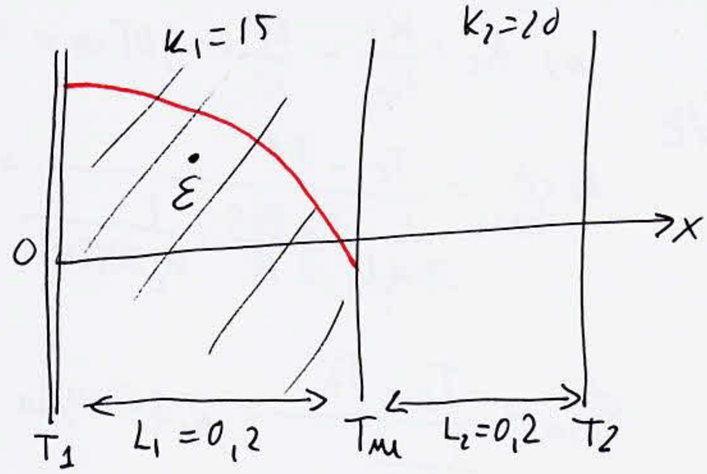
de donde: $\dot{\varepsilon} R = 2h_c\left(T_0 - \frac{\dot{\varepsilon} R^2}{4K} - T_a\right)$

y $\dot{\varepsilon} = \dfrac{2h_c\,(T_0 - T_a)}{R + \frac{h_c R^2}{2K}}$ pero $\dot{\varepsilon} = \dfrac{I^2 R}{\pi R^2 L}$ R_L

despejamos la intensidad y queda

$$I = \sqrt{\frac{2h_c\,\pi R^2 (T_0 - T_a)}{R_L\left(R + \frac{h_c R^2}{2K}\right)}} = \underline{\underline{12,2\ A}}$$

Nº 3)



$T_1 = 50\,°C$

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = 0 \rightarrow \text{PARED IZQDA AISLADA}$$

esto significa que la máxima temperatura es la de la pared izq.

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) = -\dot{\varepsilon}$$

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = 0$$

$$T(x=0) = T_1 = 50\,°C$$

$$T(x) = -\frac{\dot{\varepsilon}x^2}{2k} + C_1 x + C_2$$

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \left. -\frac{\dot{\varepsilon}x}{k} + C_1 \right|_{x=0} = C_1 = 0$$

$$T(0) = 50 = C_2$$

luego el perfil de temperatura es

$$\boxed{T(x) = -\frac{\dot{\varepsilon}x^2}{2k} + T_1} \quad 0 \leq x \leq L_1$$

$$\Rightarrow T(x=0,2) = 48'67\,°C$$

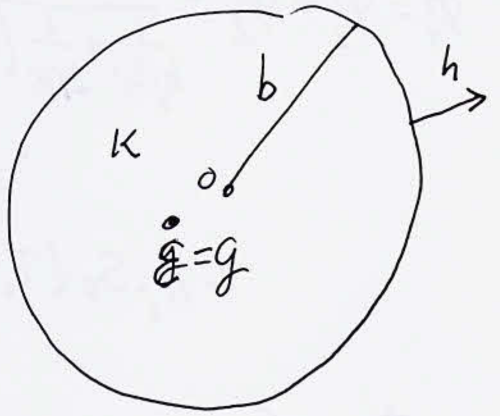
$$\boxed{T_m = 48,67\,°C}$$

En la pared derecha.

$$\phi = \dot{\varepsilon} S L_1 \Rightarrow \frac{\phi}{S} = \dot{\varepsilon} L_1 = \frac{T_m - T_2}{L_2/k_2} \Rightarrow$$

$$T_2 = T_m - \frac{\dot{\varepsilon} L_1 L_2}{k_2} = \boxed{46,66\,°C}$$

4)



T_a

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(kr^2\frac{dT}{dr}\right) = -\mathring{\varepsilon}$$

$$\cancel{\phi} = hS\left(T(b)-T_a\right) = \mathring{\varepsilon}\frac{4}{3}\pi b^3$$

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0} = 0$$

$$\frac{d}{dr}\left(kr^2\frac{dT}{dr}\right) = -\mathring{\varepsilon}r^2 \Rightarrow kr^2\frac{dT}{dr} = -\frac{\mathring{\varepsilon}r^3}{3}+C_1$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\mathring{\varepsilon}r}{3k}+\frac{C_1}{kr^2} \text{ que debe verificar } \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0}=0 \Rightarrow C_1=0$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\mathring{\varepsilon}r}{3k} \Rightarrow T(r) = -\frac{\mathring{\varepsilon}r^2}{6k}+C_2 \quad \text{con} \quad T(b) = T_a+\frac{\mathring{\varepsilon}\frac{4}{3}\pi b^3}{h\,4\pi b^2}$$

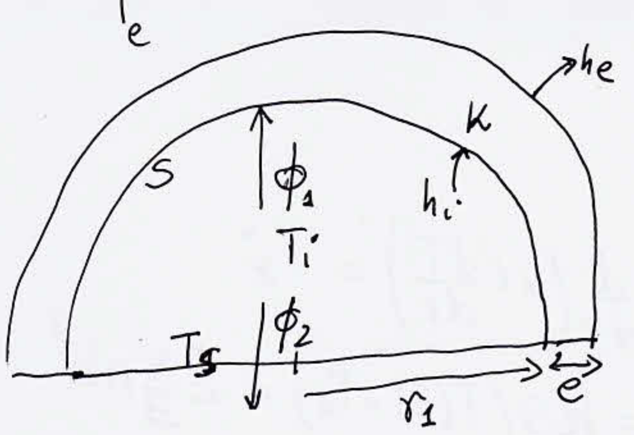
$$= T_a+\frac{b\mathring{\varepsilon}}{3h}$$

$$T(b) = T_a+\frac{b\mathring{\varepsilon}}{3h} = -\frac{\mathring{\varepsilon}b^2}{6k}+C_2 \Rightarrow C_2 = T_a+\frac{b\mathring{\varepsilon}}{3}\left(\frac{1}{h}+\frac{b}{2k}\right)$$

$$\boxed{T(r) = -\frac{\mathring{\varepsilon}r^2}{6k}+\frac{b\mathring{\varepsilon}}{3}\left(\frac{1}{h}+\frac{b}{2k}\right)+T_a}$$

$$\boxed{\left.q''\right|_{r=b} = -k\cdot\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=b} = \frac{\mathring{\varepsilon}b}{3}}$$

5)



$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{h_i S_i} + \frac{1}{2\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1+e}\right) + \frac{1}{h_e S_e}} + h_i \cdot S_s \cdot (T_i - T_s)$$

La incognita es la temperatura del interior.

$$\underbrace{\frac{T_i - T_e}{\frac{1}{h_i 2\pi r_1^2} + \frac{2}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1+e}\right) + \frac{1}{h_e 2\pi (r_1+e)^2}}}_{R_1} + \underbrace{h_i \cdot \pi \cdot r_1^2}_{1/R_2} (T_i - T_s) = 320$$

$$\frac{T_i - T_e}{R_1} + \frac{T_i - T_s}{R_2} = 320 \Rightarrow T_i\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = 320 + \frac{T_e}{R_1} + \frac{T_s}{R_2}$$

$$\boxed{T_i = \frac{320 + T_e/R_1 + T_s/R_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}$$

Aplicando

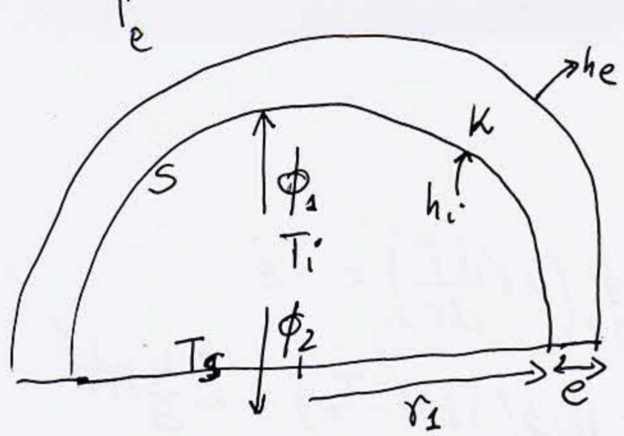
$r_1 = 1{,}8$ m
$e = 0{,}5$
$h_i = 6$
$h_e = 15$
$k = 0{,}15$
$T_e = -40$ °C
$T_s = -20$ °C

$R_1 = 0{,}1383$
$R_2 = 0{,}0164$

$T_i = -17{,}43$

Ojo: la resistencia termica de media esfera es el doble de la que tiene la esfera completa (dos resistencias en paralelo)

5)



$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{h_i \cdot S_i} + \frac{1}{2\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1+e}\right) + \frac{1}{h_e S_e}} + h_i \cdot S_s \cdot (T_i - T_s)$$

La incognita es la temperatura del interior.

$$\underbrace{\frac{T_i - T_e}{\frac{1}{h_i \cdot 2\pi r_1^2} + \frac{1}{2\pi k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1+e}\right) + \frac{1}{h_e \cdot 2\pi (r_1+e)^2}}}_{R_1} + \underbrace{h_i \cdot \pi \cdot r_1^2}_{1/R_2} \cdot (T_i - T_s) = 320$$

$$\frac{T_i - T_e}{R_1} + \frac{T_i - T_s}{R_2} = 320 \Rightarrow T_i\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = 320 + \frac{T_e}{R_1} + \frac{T_s}{R_2}$$

$$\boxed{T_i = \frac{320 + T_e/R_1 + T_s/R_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}$$

Datos:

$r_1 = 1{,}8$ m
$e = 0{,}5$
$h_i = 6$
$h_e = 15$
$k = 0{,}15$
$T_e = -40°C$
$T_s = -20°C$

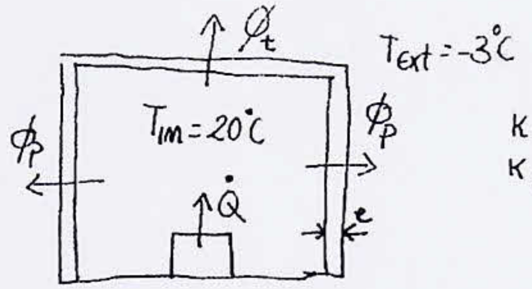
$R_1 = \cancel{0{,}0412}\ 0{,}1383$
$R_2 = 0{,}0164$

$T_i = -17{,}43$

Ojo: la resistencia termica de media esfera es el doble de la que tiene la esfera completa (dos resistencias en paralelo)

Nº6

SIN NIEVE



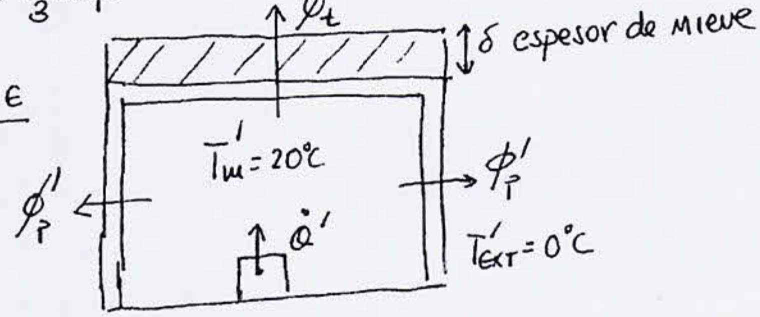
$K_1 =$ madera
$K_2 =$ nieve

$$\phi = \phi_t + \phi_p = \frac{T_{in} - T_{ext}}{R_t} + \frac{T_{in} - T_{ext}}{R_p} = \dot{Q} = \underset{\text{const.}}{C} \cdot \underset{\text{masa de leña}}{M}$$

con $R_t = \frac{e}{K_1 S_t}$ y $R_p = \frac{e}{K_1 S_p}$

$S_t = \frac{1}{3} S_p$

CON NIEVE



$$\phi' = \phi_t' + \phi_p' = \frac{T_{in}' - T_{ex}'}{R_t'} + \frac{T_{in}' - T_{ext}'}{R_p'} = \dot{Q}' = C \cdot M'$$

Ahora $M' = \frac{3}{4} M$

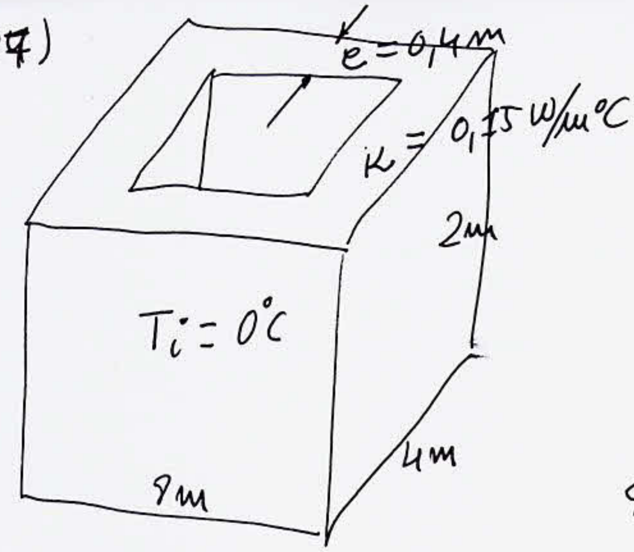
con $R_t' = \frac{e}{K_1 S_t} + \frac{\delta}{K_2 S_t}$ y $R_p' = \frac{e}{K_1 S_p}$

poniendo todo junto queda una ecuación en la variable δ

$$(T_{in} - T_{ext}) \left(\frac{k_1 S_t + K_1 S_p}{e} \right) = \frac{4}{3} \cdot (T_{in}' - T_{ex}') \cdot \left(\frac{1}{\frac{e}{K_1 S_t} + \frac{\delta}{K_2 S_t}} + \frac{K_1 S_p}{e} \right)$$

RESOLVIENDO QUEDA $\underline{\delta = 37{,}6 \text{ cm}}$

Nº7)



$T_E = 25°C$

ϕ_1 ≡ FLUJO ENTRANTE DE ABRIR LA PUERTA

ϕ_2 = FLUJO DE PERDIDAS POR CONDUCCION

$$\phi_1 = \frac{200\ kcal \times 6}{24\ h} = \frac{1200}{24}\ kcal/h$$

$$\phi_2 = \frac{T_E - T_i}{e} . K . S_T$$

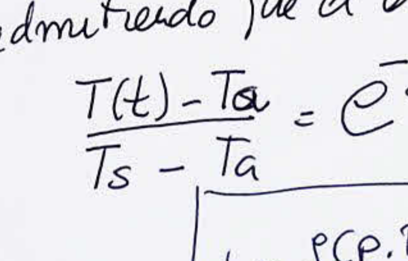
$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 = \dot{m}\, Ce \cdot (T_f^{AIRE} - T_i^{AIRE})$$

$$y\ \dot{m} = \dot{V} \rho_a \Rightarrow \dot{m} = \frac{\phi_1 + \phi_2}{Ce(T_f^a - T_i^a)}$$

y finalmente
$$\dot{V} = \frac{\phi_1 + \phi_2}{\rho_a \cdot Ce\,(T_f^a - T_i^a)} = \frac{1200/24 + 25/0{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot S_T}{1{,}28 \cdot 0{,}24 \cdot 8} =$$

$$= 191{,}24\ m^3/h = \underline{4{,}58 \cdot 10^3\ m^3/día}$$

Nº8) 1) CALENTAMIENTO DEL CONDUCTOR



$$\phi = \dot{\varepsilon} \cdot \pi R^2 \cdot L = h \cdot 2\pi R L \cdot (T_s - T_a)$$

$$\boxed{T_s = T_a + \frac{\dot{\varepsilon} R}{2h}}$$

admitiendo que el enfriamiento tiene lugar con $B_i < 0{,}1$ $\quad l = \frac{V}{S} = \frac{R}{2}$

$$\frac{T(t) - T_a}{T_s - T_a} = e^{-\frac{hS}{\rho V c_p} t} \Rightarrow -\frac{hS}{\rho c_p V} t = \log \frac{T_f - T_a}{T_s - T_a}$$

$$\boxed{t = \frac{\rho c_p . R}{2h} \log \frac{T_s - T_a}{T_f - T_a}}$$