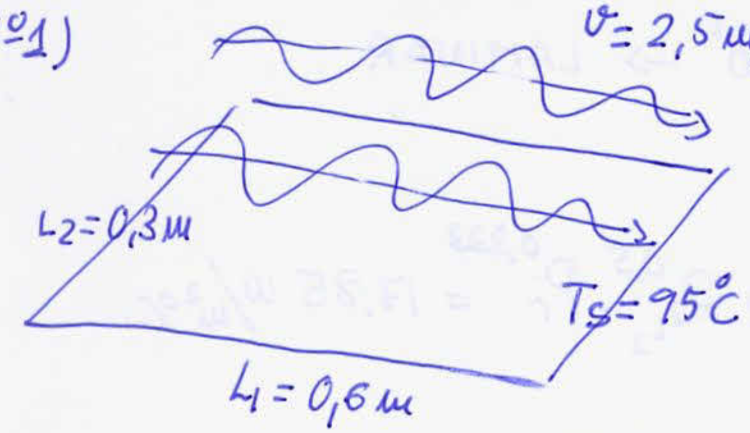
SOLUCIONES : ENTREGABLE EC-1

Nº1)



$P_r = 0{,}696$

La pérdida de calor de la placa es el flujo de convección ϕ_{cv} que viene dado por

$$\phi_{cv} = h \cdot S \cdot (T_S - T_\infty)$$

El objetivo es calcular h sabiendo que es una convección FORZADA que obedece a la ecuación entre números adimensionales

$$Nu_L = C\, Re_L^{\tau} \cdot P_r^{0{,}333} \quad \begin{cases} C = 0{,}332,\ \tau = 0{,}5 \text{ si } Re < 5 \cdot 10^5 \\ C = 0{,}547,\ \tau = 0{,}7 \text{ si } Re > 5 \cdot 10^5 \end{cases}$$

L es la longitud característica que depende del flujo de aire.

a) $L \equiv L_1 = 0{,}6$ y la viscosidad cinemática es $\nu = \frac{\eta}{\rho} = 1{,}897 \cdot 10^{-6}$

$$Re_{L_1} = \rho \frac{v_\infty \cdot L_1}{\eta} = \frac{v_\infty \cdot L_1}{\nu} = 7{,}9 \cdot 10^5 \rightarrow \text{TURBULENTO}$$

Ya que $Nu_{L_1} = \frac{h L_1}{K} \Rightarrow \boxed{h = \frac{K}{L_1} Nu_{L_1} = \frac{K}{L_1} C\, Re_{L_1}^{\tau} \cdot P_r^{0{,}333}}$

En esta fórmula K es la conductividad del aire. Hay que asegurarse de que los datos del aire: K, ν, P_r, u otros, estén dados a la temperatura media $\frac{T_S + T_\infty}{2}$

Para este caso $h = \frac{0{,}02896}{0{,}6} \cdot 0{,}547\, Re_{L_1}^{0{,}7} \cdot P_r^{0{,}333} = 314{,}46\ W/m^2\,°C$

y finalmente $\phi = 314{,}46 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}3\, (95 - 25) = \underline{3{,}96 \cdot 10^3\ W}$

b) Ahora la longitud característica es $L_2 = 0,3$

$$Re_{L_2} = \frac{V_\infty L_2}{\nu} = 3,95 \cdot 10^5 \rightarrow \text{LAMINAR}$$

por tanto

$$h = \frac{0,02896}{0,3} \cdot 0,332 \cdot Re_{L_2}^{0,5} \cdot P_r^{0,333} = 17,85 \ W/m^2 °C$$

y el flujo queda

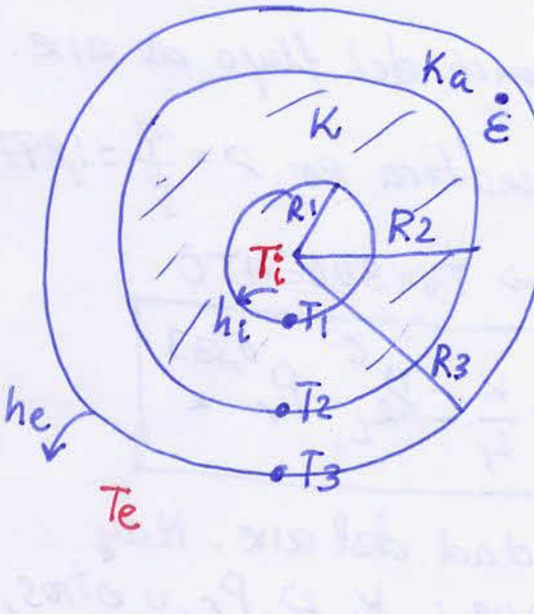
$$\underline{\underline{\phi = 224,94 \ W}}$$

Nº2)

$D_1 = 0,34 \Rightarrow R_1 = 0,17$

$D_2 = 0,36 \Rightarrow R_2 = 0,18$

$R_3 = 0,19$



$K = 40 \ Kcal/hm°C$

$K_a = 200 \ Kcal/h\,m°C$

$T_i = 50°C$

$T_e = 10°C$

$h_i = 15 \ Kcal/h\,m^2°C$

$h_e = 45 \ Kcal/h\,m^2°C$

La clave del problema es que se mantiene constante la temperatura del fuel-oil. Esto significa que no puede haber flujo térmico ni de dentro hacia afuera ni al revés. En consecuencia $T_i^\circ = T_1 = T_2$ ya que si $T_1 \neq T_2$ habría un flujo hacia o desde el fuel-oil. Por tanto, el problema se reduce a una capa de radios R_2 y R_3 de conductividad K_a y que genera calor (manta eléctrica) $\dot{\varepsilon}$, estando las superficies interior y exterior a las temperaturas T_2 y T_3. Además, para el exterior T_3 y T_e están relacionados por el flujo de convección. Hay que resolver el problema

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(K\frac{dT}{dr}\right) = -\dot{\varepsilon} \quad \text{en } R_2 < r < R_3$$

$$-K_a \frac{dT}{dr}\Big|_{r=R_2} = 0 \quad \text{(ya que hemos dicho que no puede haber flujo)}$$

$$-K_a \frac{dT}{dr}\Big|_{r=R_3} = h_e(T_3 - T_e) \quad \text{con } T_3 = T(R_3) \quad \text{(flujo de convección)}$$

La solución es, como ya sabemos por el complemento (web)

$$T(r) = -\frac{\dot{\varepsilon}}{4K_a}(r^2 - R_3^2) + \dot{\varepsilon}\frac{R_2^2}{2K_a}\ln\frac{r}{R_3} + \frac{\dot{\varepsilon}}{2h_e}\left(R_3 - \frac{R_2^2}{R_3}\right) + T_e$$

Esto da el perfil de temperaturas. Para calcular $\dot{\varepsilon}$, tenemos en cuenta que

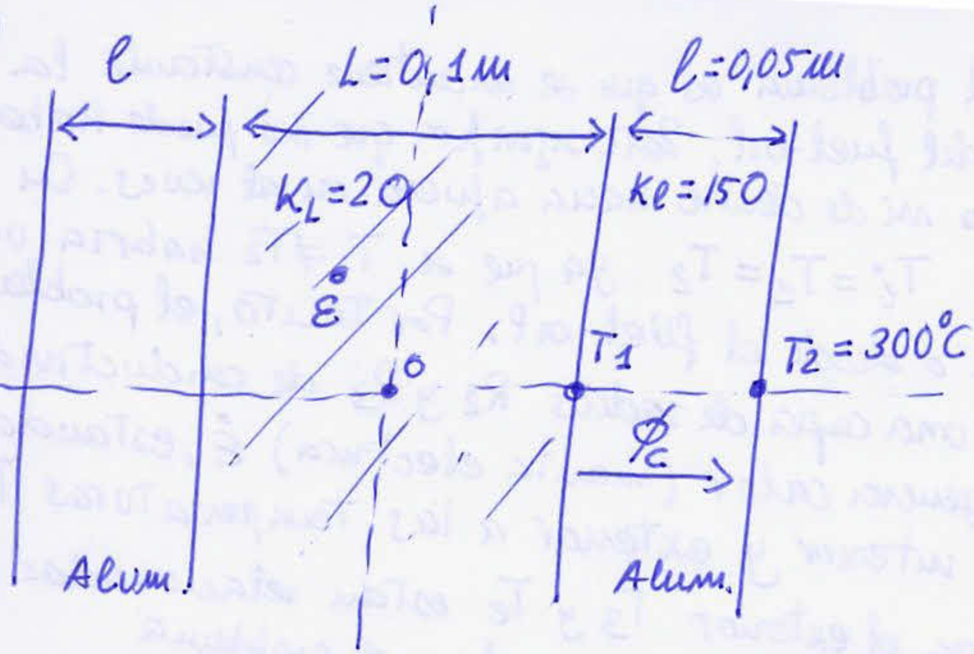
$$T(R_2) = T_2 = T_i^\circ$$

$$T_i = +\frac{\dot{\varepsilon}}{4K_a}(R_3^2 - R_2^2) - \frac{\dot{\varepsilon}R_2^2}{2K_a}\ln\frac{R_3}{R_2} + \frac{\dot{\varepsilon}}{2h_e}\left(R_3 - \frac{R_2^2}{R_3}\right) + T_e$$

de donde

$$\dot{\varepsilon} = \frac{T_i^\circ - T_e}{(R_3^2 - R_2^2)\left(\frac{1}{4K_a} + \frac{1}{2h_eR_3}\right) - \frac{R_2^2}{2K_a}\ln\frac{R_3}{R_2}} = \underline{6{,}287 \cdot 10^4 \ \text{Kcal/h m}^3}$$

Nº3)



a) Nos dicen que T1 no sobrepase los 450°C

Por las notas del complemento de paredes planas con fuentes:

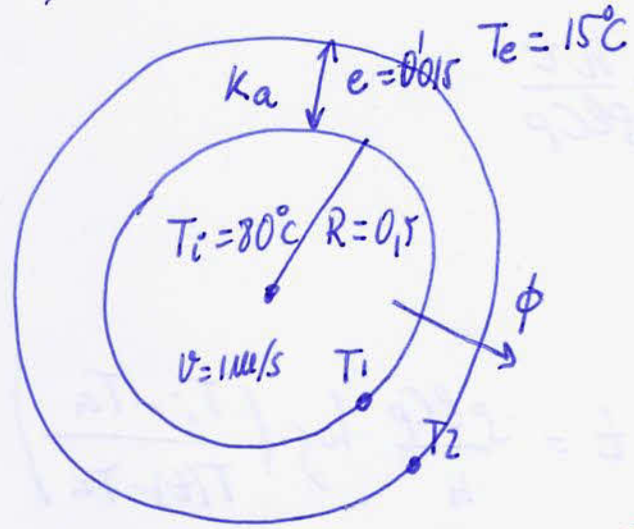
$$\text{FLUJO HACIA LA PARED DERECHA} = \dot{\varepsilon}\frac{L}{2}\cdot S = \phi_c = \frac{T_1 - T_2}{l/KS}$$

por tanto $\quad \dfrac{\dot{\varepsilon} L}{2} = K_l \cdot \dfrac{T_1 - T_2}{l} \Rightarrow \dot{\varepsilon} = \dfrac{2K_l(T_1 - T_2)}{l \cdot L} = 9 \ MW/m^3$

b) La maxima temperatura del elemento combustible estará en el centro de la placa

$$T_{MAX} = -\frac{\dot{\varepsilon}}{2K}x^2 + \frac{\dot{\varepsilon}L^2}{8K} + T_1 \Big|_{x=0} = \frac{\dot{\varepsilon}L^2}{8K} + T_1 = \underline{\underline{1{,}013 \cdot 10^3 \ °C}}$$

Nº 4)



Dado que nada se dice sobre el espesor de la tubería ni sobre los coeficientes de convección interno ni externo, no podemos hacer otra cosa que suponer que

$T_1 = T_i^\circ$
$T_2 = Te$

con lo cual.

a) $$\phi = \frac{T_i - Te}{\frac{1}{2\pi K L}\log\frac{R+e}{R}} \Rightarrow K = \frac{\phi_L}{T_i - Te}\cdot\frac{1}{2\pi}\log\left(\frac{R+e}{R}\right) = 0{,}0011 \ Kcal/h\,m\,°C$$

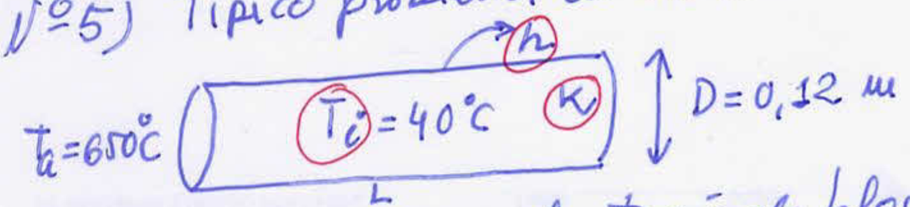
ϕ/L

b) Ahora el nuevo flujo es $$\phi_L' = 0{,}75\,\phi_L = \frac{T_i - Te}{\frac{1}{2\pi K}\log\frac{R+e}{R}}$$ 3

de donde el espesor valdrá

$$e = R\cdot\exp\left(\frac{2\pi K(T_i - Te)}{0{,}75\,\phi_L}\right) - R = 0{,}0204\,m = \underline{2{,}04\ cm}$$

Nº 5) Típico problema de cilindro sólido que se calienta desde una T_i hasta T_f en cierto tiempo t.



¿Se puede emplear la teoría de bloques?

$$B_i = \frac{h\ell}{k} = \frac{hR}{2K} = 0{,}033 < 0{,}1 \rightarrow$$ Se puede usar la formula de bloques.

$$\ell = \frac{V}{S} = \frac{\pi R^2 \cdot L}{2\pi R L} = \frac{R}{2}$$

La formula de bloques establece que

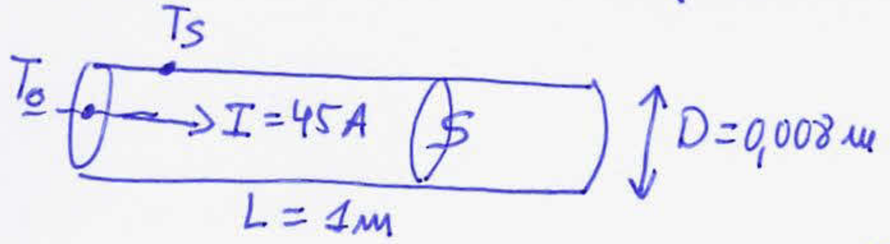
$$\frac{T(t)-T_a}{T_i-T_a} = e^{-\frac{ht}{\rho l C_p}}$$

$$\frac{ht}{\rho l C_p} = \log\frac{T_i-T_a}{T(t)-T_a} \Rightarrow t = \frac{\rho l C_p}{h}\log\left(\frac{T_i-T_a}{T(t)-T_a}\right)$$

En nuestro caso $T(t) = 255°C$

$$t = \rho\frac{RC_p}{2h}\log\left(\frac{T_i-T_a}{T(t)-T_a}\right) = 360,89\,s = \underline{\underline{6,02\ min}}$$

Nº6) Es un cilindro solido con fuentes



$6 \cdot 10^{5}\ \Omega m$

El grafito (segun tablas de internet.) $\begin{cases} \rho = 6 \cdot 10^{3}\ \mu\Omega cm \\ K = 16{,}72\ W/m\,^{\circ}C \end{cases}$

a) $\dot{\varepsilon} = \rho J^2$ siendo J la densidad de corriente $J = \frac{I}{S}$

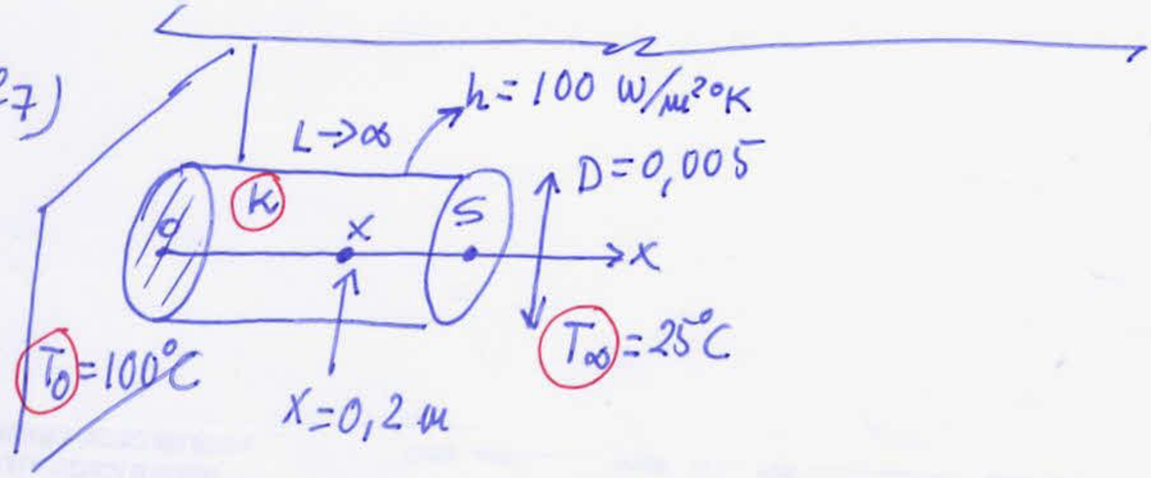
$$\dot{\varepsilon} = \rho \frac{I^2}{(\pi R^2)^2} = \frac{\rho I^2 \cdot 16}{\pi^2 D^4} = 4{,}8 \cdot 10^{7}\ W/m^3$$

b) $$T_o - T_S = \frac{\dot{\varepsilon} R^2}{4K} = \frac{\dot{\varepsilon} D^2}{16K} = 11{,}5\ ^{\circ}C$$

c) Si ahora $\Delta T = T_o - T_s = 50^{\circ}C \Rightarrow \Delta T = \frac{D^2}{16K} \cdot \frac{\rho I^2 \cdot 16}{\pi^2 D^4}$

de donde $$I = \sqrt{\frac{\Delta T \cdot \pi^2 D^2 K}{\rho}} = 93{,}82\ A$$

Nº7)



Se trata de aplicar la ecuacion para una aleta de longitud infinita

$$T(x) = T_\infty + (T_o - T_\infty)\, e^{-mx} \qquad m = \sqrt{\frac{hP}{KS}}$$

con $P = \pi \cdot D$ y $S = \pi R^2$ perimetro y seccion de la aleta

a) En nuestro caso $m = \sqrt{\frac{4h\pi D}{k\pi D^2}} = \sqrt{\frac{4h}{kD}} = 14{,}18\ m^{-1}$

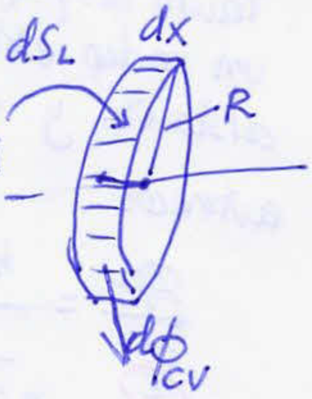
por tanto $T(x=0{,}2) = 25 + 75 \cdot e^{-14{,}18 \cdot 0{,}2} = \underline{29{,}4\,°C}$

b) Como se ha supuesto a la aleta de longitud infinita

$$T(x=L) = T_\infty = 25\,°C$$

c) A distancia x de la base y para una rodaja de espesor dx, el flujo de convección (la pérdida de calor) es

$$d\phi_{cv}(x) = h \cdot \underbrace{\pi \cdot D \cdot dx}_{dS_L}\,(T(x) - T_\infty)$$



donde dS_L es el area lateral de la rodaja
Portanto, la perdida total es

$$\phi_{cv} = \int_0^\infty h\pi D\,dx\,(T(x) - T_\infty) =$$

$$= \pi D h\,(T_0 - T_\infty) \int_0^\infty e^{-mx}\,dx = \frac{\pi D h\,(T_0 - T_\infty)}{m} = \underline{8{,}3\ W}$$

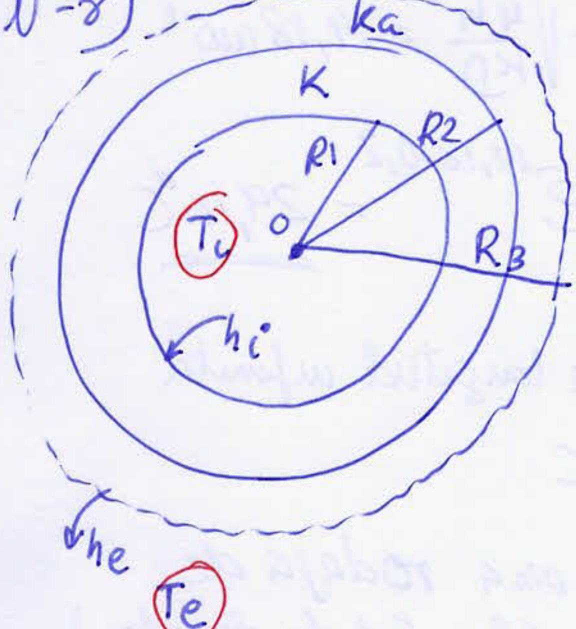
Otra forma de hacer esto es decir que el flujo de conduccion ϕ que penetra por la base es el que se va a perder por convección y representa la perdida total

$$\phi_{cv} = \phi(x=0) = mkS(T_0 - T_\infty)\,e^{-mx}\Big|_{x=0} = mkS(T_0 - T_\infty) =$$

$$= \underline{8{,}3\ W}$$

FORMULA DE
LAS TRANSPARENCIAS

Nº 8)



$R_1 = 0{,}028$ m
$R_2 = 0{,}032$ m
$K = 376$ W/m°C
$K_a = 0{,}38$ W/m°C
$h_i = 2500$ W/m²°C
$h_e = 8$ W/m²°C
$T_i = 200$°C
$T_e = 20$°C

a) El radio crítico es $r_c = \frac{K_a}{h_e} = 0{,}0475$ m $\equiv$ <u>4,75 cm</u>, por tanto el flujo de perdidas aumenta al poner aislante hasta un radio exterior igual al r_c. Llamando ϕ al flujo sin aislante y ϕ_{rc} al flujo con un radio crítico de aislante, entonces.

$$\frac{\phi_{rc}}{\phi_L} = \frac{\frac{1}{h_i R_1} + \frac{1}{K}\log R_2/R_1 + \frac{1}{h_e R_2}}{\frac{1}{h_i R_1} + \frac{1}{K}\log\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{K_a}\log\frac{r_c}{R_2} + \frac{1}{h_e r_c}} = \underline{\underline{1{,}0638}}$$

por unidad de long. de tubo

b) Al seguir aumentando R_3 por encima del radio crítico r_c el flujo ya disminuye. El R_3 que hay que poner para que $\phi_{R_3} \equiv \phi_L$ vale (llamamos $x \equiv R_3$)

$$\phi_L = \frac{(T_i - T_e)2\pi}{\frac{1}{h_i R_1} + \frac{1}{K}\log\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{h_e R_2}} = 288{,}45 \text{ W} \quad y$$

y se deberá cumplir que

$$\phi_L = \frac{(T_i - T_e)\cdot 2\pi}{\frac{1}{h_i R_1} + \frac{1}{k}\log\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{k_a}\log\frac{x}{R_2} + \frac{1}{x h_e}}$$

o bien, mediante algunas operaciones

$$\log x + \frac{r_c}{x} = \frac{k_a}{\phi_L} 2\pi(T_i - T_e) - \frac{k_a}{h_i R_1} - \frac{k_a}{k}\log\frac{R_2}{R_1} + \log R_2$$

que sustituyendo numeros resulta

$$\log x + \frac{0,0475}{x} = -1,9577$$

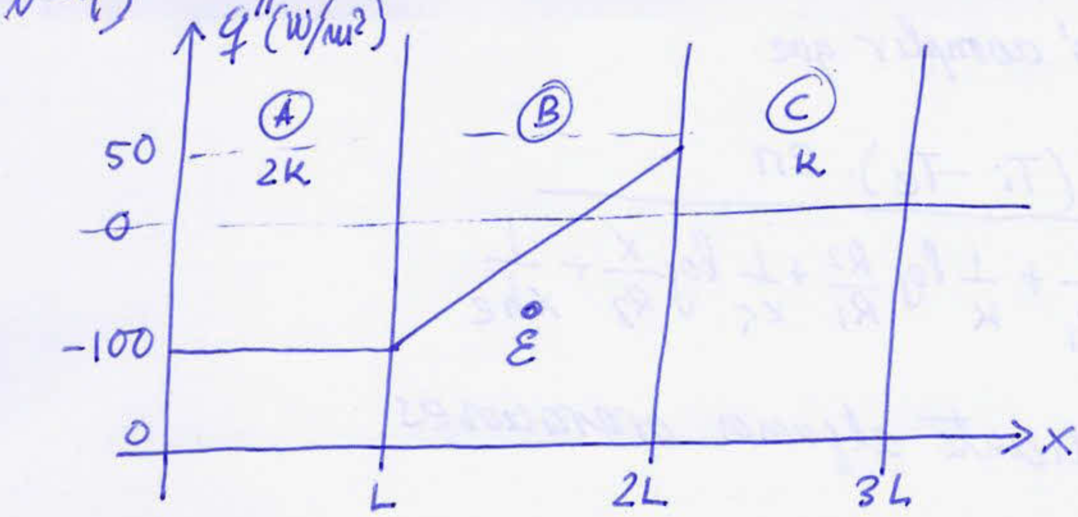
Usando por ejemplo Matlab se obtiene $x = 0,07484$ m o bien un radio $R_3 = 0,07484$ m o bien
Es decir, hay que poner un espesor de aislante $e = R_3 - R_2 = 4,284$ cm para volver a tener el mismo flujo de perdidas que teniamos sin aislante

c) Si ahora queremos que $\phi_L(R_3) = 0,5\,\phi_L$, se usa la misma ecuacion de antes pero sustituyendo ϕ_L por $0,5\phi_L$ lo que da

$$\log x + \frac{0,0475}{x} = -0,4677 \Rightarrow x = 0,517 \text{ m}$$

equivalente a 51,7 cm de espesor.

Nº9)



a) Para la zona Ⓑ el problema a resolver es

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) = -\mathring{\varepsilon} \Rightarrow \underbrace{k\frac{dT}{dx} = -\mathring{\varepsilon}x + C}$$

$$\left.\begin{aligned} -k\frac{dT}{dx}\Big|_{x=L} &= -100 \\ -k\frac{dT}{dx}\Big|_{x=2L} &= 50 \end{aligned}\right] \qquad \begin{aligned} -\mathring{\varepsilon}\cdot L + C &= +100 \\ -\mathring{\varepsilon}\cdot 2L + C &= -50 \\ \hline \mathring{\varepsilon}\cdot L &= 150 \Rightarrow \boxed{\mathring{\varepsilon} = \frac{150}{L}} \end{aligned}$$

b) $$\left.\begin{aligned} dT_A/dx\big|_{x=L} &= 100/k_A \\ dT_C/dx\big|_{x=2L} &= -\frac{50}{k_C} \end{aligned}\right\} \quad \frac{dT_A/dx}{dT_C/dx} = -1$$

c) La distribución de temperaturas

Zona B: $T_B(x) = -\frac{\dot{\varepsilon} x^2}{2K_B} + \frac{C}{K_B}x + D$

zona A: $T_A(x) = Ax + B$

zona C: $T_C(x) = Ex + F$

condiciones a cumplir: $\left\{ \begin{array}{l} -K_A \cdot \left.\frac{dT_A}{dx}\right|_{x=0} = -100 \\ \\ -K_C \left.\frac{dT_C}{dx}\right|_{x=3L} = +50 \end{array} \right.$ $\begin{array}{l} \Rightarrow A = \frac{100}{K_A} \\ \\ \Rightarrow E = -\frac{50}{K_C} \end{array}$

$\left\{ \begin{array}{l} K_A \frac{dT_A}{dx} = K_B \left.\frac{dT_B}{dx}\right|_{x=L} \quad y \quad T_A(L) = T_B(L) \\ \\ K_B \frac{dT_B}{dx} = K_C \left.\frac{dT_C}{dx}\right|_{x=2L} \quad y \quad T_B(2L) = T_C(2L) \end{array} \right.$

$\underbrace{A\,K_A}_{100} = K_B \cdot \left(-\frac{\dot{\varepsilon}L}{K_B} + \frac{C}{K_B}\right) \Rightarrow \boxed{C = 100 + \dot{\varepsilon}L} = 250$

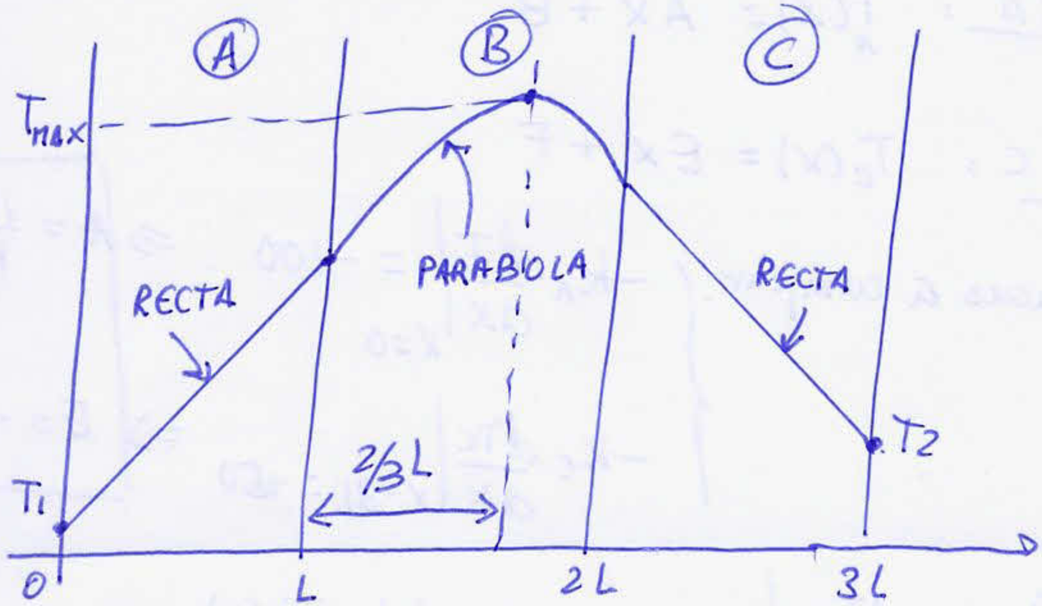
$E K_C = K_B \cdot \left(-\frac{\dot{\varepsilon}2L}{K_B} + \frac{C}{K_B}\right) \Rightarrow C = -50 + 2\dot{\varepsilon}L$

$\left.\begin{array}{l} A \cdot L + B = -\frac{\dot{\varepsilon}L^2}{2K_B} + \frac{C}{K_B}L + D \\ \\ 2LE + F = -\frac{\dot{\varepsilon}4L^2}{2K_B} + \frac{C}{K_B}2L + D \end{array}\right\}$

En la zona B tenemos una parábola cuyo máximo está en

$\frac{dT_B}{dx} = 0 \Rightarrow x = \frac{C}{\dot{\varepsilon}} = \frac{250}{150/L} = \frac{5}{3}L = L + \underbrace{\frac{2}{3}L}$

Por tanto, vemos que faltaría alguna información ms para poder determinar de modo unívoco el perfil de temperatura en las tres zonas, pero podemos afirmar que cualitativamente.



Nota: Para determinar el perfil, deberíamos conocer, por ejemplo, T_1 ó T_{MAX} ó T_2.