4 PRÁCTICA Nº 4 LEY DE HOOKE

4.1.- OBJETIVOS

- Determinación de la constante elástica de dos muelles.
- Comprobación de la relación entre la fuerza aplicada y la deformación del muelle; y entre la masa y el periodo de oscilación.

4.2.- MATERIAL

- Dos muelles.
- Cronómetro.
- Conjunto de pesas (de 10 y 20 g).
- Portapesas (de 20 g).
- Soporte para muelles.

4.3.- FUNDAMENTO TEÓRICO

4.3.1.-Ley de Hooke

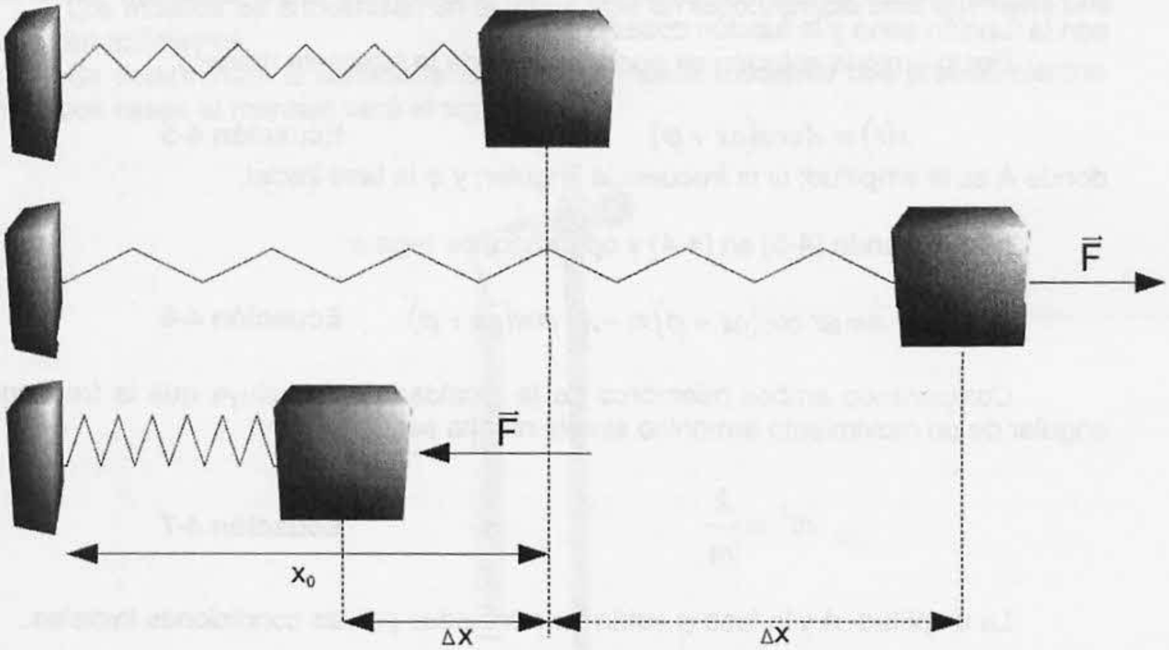
La ley de Hooke o ley de la elasticidad de Hooke establece la relación existente entre la fuerza que se aplica a un cuerpo y la deformación causada en éste. Esta relación es lineal y es válida cuando la tensión aplicada es lo suficientemente pequeña para producir únicamente deformaciones elásticas, es decir, que una vez que se deja de aplicar la tensión externa el cuerpo recupera su estado original. Si la tensión aplicada es lo suficientemente grande, la deformación será permanente aún si se deja de aplicar la tensión. En este caso se denomina deformación plástica. Si se sigue aumentando la tensión aplicada se llegará a la rotura del material.

La forma más común de la ley de Hooke es la ecuación del resorte. Si aplicamos una fuerza externa (**F_e**) a un muelle, lo desplazaremos de su posición de equilibrio (x_0) una distancia $\Delta x = x - x_0$. En consecuencia en el muelle se generará una fuerza recuperadora (**F_r**) de igual módulo y dirección pero de sentido contrario, de modo que la suma de fuerzas se equilibre.

Según la ley de Hooke, la relación entre la fuerza aplicada y la deformación que resulta es:

$$F_e = -F_r = -k\Delta x \qquad \textbf{Ecuación 4-1}$$

donde k es la constante elástica del muelle, que dependerá de las dimensiones y del propio material.



En la figura x_0 es la posición de equilibrio del resorte. Se han representado las fuerzas externas **F** cuando se estira (Δx >0) y cuando se comprime el muelle (Δx <0)

4.3.2.- Oscilador armónico

Se denomina oscilador armónico a aquellos sistemas que cuando se dejan en libertad, fuera de su posición de equilibrio, retornan a dicha posición describiendo oscilaciones sinusoidales.

Volviendo al caso anterior del resorte, supongamos que lo desplazamos de su posición de equilibrio una distancia y a continuación lo soltamos. El muelle tenderá a recuperar su posición de equilibrio. Como hemos visto anteriormente, esta fuerza restauradora será:

$$F = -k \cdot x$$ **Ecuación 4-2**

Recordando la segunda ley de Newton:

$$F = m \cdot a = m\frac{dv}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$ **Ecuación 4-3**

Como la fuerza recuperadora del muelle es la única que interviene en el sistema, igualando las ecuaciones 4-2 y 4-3 se obtiene:

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -k \cdot x(t)$$ **Ecuación 4-4**

Las únicas funciones reales que son solución de dicha ecuación diferencial, son la función seno y la función coseno.

Por lo tanto la solución se podrá escribir de la siguiente manera:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$ **Ecuación 4-5**

donde A es la amplitud; ω la frecuencia angular; y φ la fase inicial.

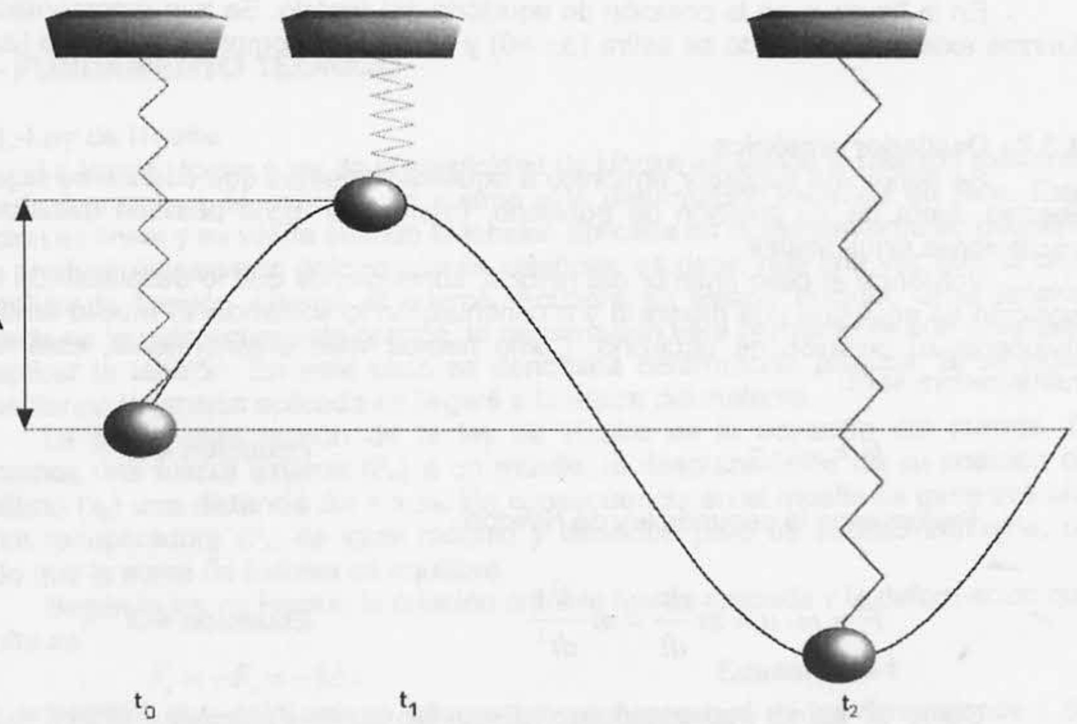
Introduciendo (4-5) en (4-4) y operando, se llega a:

$$-Am\omega^2\cos(\omega t + \varphi) = -Ak\cos(\omega t + \varphi)$$ **Ecuación 4-6**

Comparando ambos miembros de la igualdad, se concluye que la frecuencia angular de un movimiento armónico simple resulta ser:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$ **Ecuación 4-7**

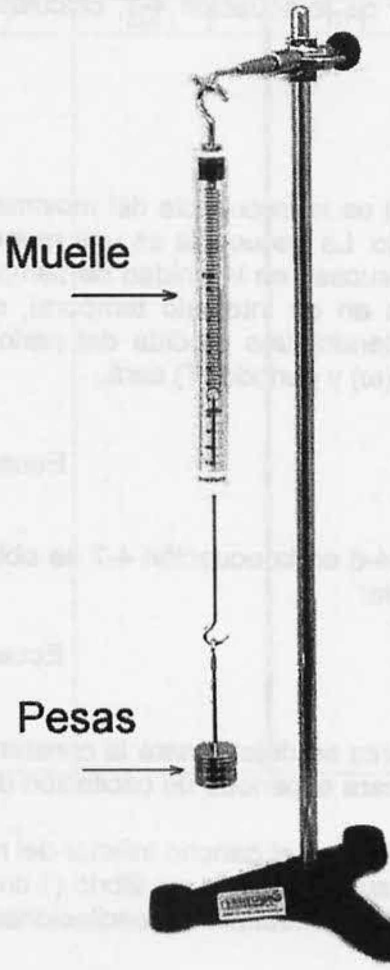
La amplitud A y la fase φ están determinadas por las condiciones iniciales.



3.4.- PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Los muelles se encuentran en el interior de un tubo transparente que tiene una escala en milímetros.

Se determinará la constante elástica del muelle mediante dos procedimientos. En ambos casos el montaje será el siguiente:



3.4.1.- Procedimiento estático

Primero se comprobará que se cumple la ley de Hooke. Para ello se observará el alargamiento que producen distintas pesas en el muelle.

a) Sin ninguna pesa colgada, anótese la posición de equilibrio del muelle (normalmente coincidirá con el origen de la regla).
b) Colóquese el portapesas (20 g) en el gancho situado en la parte inferior del resorte.
c) Mídase la deformación producida cuando el muelle haya dejado de oscilar.
d) Añádanse pesas y mídase en cada caso la longitud del muelle deformado.

e) Repítase el proceso para el otro muelle.

Como se ha visto anteriormente, la relación entre la deformación que sufre el muelle y la fuerza que causa dicha deformación es lineal. Puesto que las masas que se cuelgan del muelle son conocidas, la fuerza aplicada también lo será. La deformación es la diferencia entre la longitud total y la posición de equilibrio.

Represéntese gráficamente la deformación en función de la fuerza para ambos muelles.

Con estos datos y a partir de la ecuación 4-1, calcúlese la constante elástica para cada muelle.

3.4.2.- Procedimiento dinámico

La frecuencia angular (ω) es la frecuencia del movimiento circular expresada en proporción al cambio de ángulo. La frecuencia es una magnitud escalar que indica el número de repeticiones de un suceso en la unidad de tiempo. Si en lugar de medir el número de sucesos repetidos en un intervalo temporal, se mide el tiempo que transcurre entre sucesos, se obtendrá una medida del periodo (T). Por lo tanto la relación entre frecuencia angular (ω) y periodo (T) será.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \textbf{Ecuación 4-8}$$

Sustituyendo la ecuación 4-8 en la ecuación 4-7 se obtiene la relación entre el periodo y las constantes del muelle:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \textbf{Ecuación 4-9}$$

Mediante este procedimiento se determinará la constante elástica del muelle a partir de las medidas realizadas para el periodo de oscilación del mismo.

a) Colóquese una masa de 30 g en el gancho inferior del resorte.
b) Sepárese ligeramente de su posición de equilibrio (1 cm) y suéltese.
c) Mídase el tiempo que tarda en realizar 25 oscilaciones. Repítase la medida 2 veces.
d) Agréguense pesas y mídase el tiempo que tarda en realizar 25 oscilaciones en cada caso, repitiendo las medidas 2 veces.
e) Repítase el proceso con el otro muelle.

La ecuación 4-9 se puede escribir de la siguiente manera:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k}m \qquad \textbf{Ecuación 4-10}$$

Realizando un ajuste por mínimos cuadrados del cuadrado del periodo frente a la masa, se puede determinar la constante elástica del muelle.

4.5.- RESULTADOS

4.5.1.- Procedimiento estático

Medidas:

Muelle Rojo			Muelle Azul		
m ( )	F ( )	Δx ( )	m ( )	F ( )	Δx ( )

Gráfica: Fuerza en función de la deformación:

Cálculo de errores:

Cálculo de las constantes elásticas de los muelles:

4.5.2.- Procedimiento dinámico

Medidas:

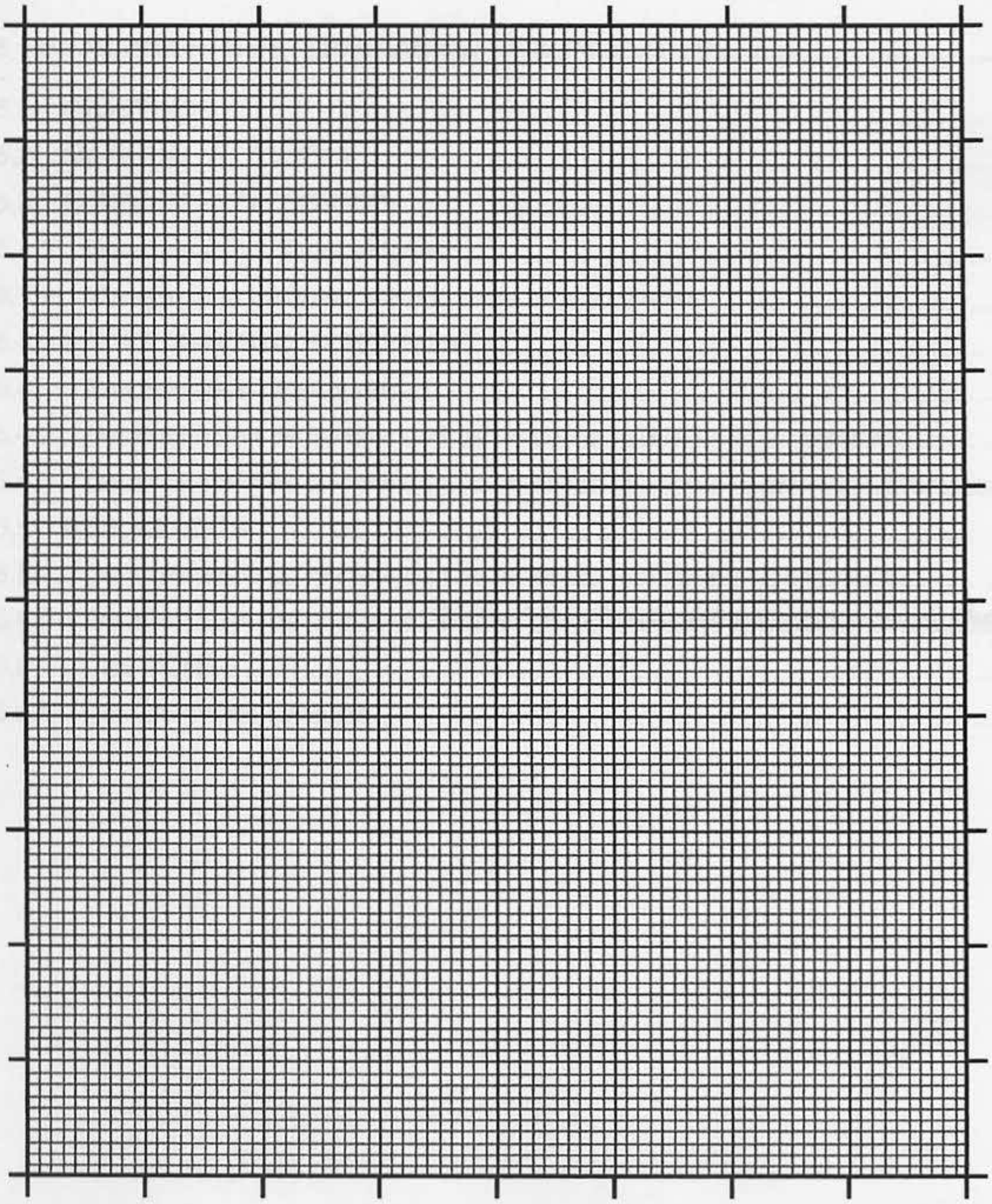
Muelle rojo:

m ( )	t_1 ( )	t_2 ( )	$\bar{t}$ ( )	T ( )	T^2 ( )

Muelle azul:

m ( )	t_1 ( )	t_2 ( )	$\bar{t}$ ( )	T ( )	T^2 ( )

Gráfica: T^2 en función de la masa:



Cálculo de errores:

Cálculo de las constantes elásticas de los muelles: